

Berechnung elektromagnetischer Felder mit FEMM

Harald Butter

Die Berechnung elektromagnetischer Felder bei beliebigen Anordnungen stellt in der Praxis ein massives Problem dar. Für nur sehr wenige definierte einfache Geometrien gibt es geschlossene mathematische Lösungen. In den meisten Fällen versagen auch Näherungen. Dann braucht man eine Methode, und trotzdem zu einem Ergebnis zu kommen. Das leistet die Methode der Finiten Elemente. Eines der vielen möglichen EDV- Programme dazu wird hier vorgestellt.

In diesem Artikel soll keineswegs Feldtheorie betrieben werden; dazu gibt es einschlägige Fachliteratur. Auch die im Internet verfügbaren Tutorials sind sehr hilfreich. Für den Praktiker ist es wichtig, rasch zu brauchbaren Lösungen eines Problems zu kommen. Und da steht die praktische Anwendbarkeit von geeigneten Rechenwerkzeugen an vorderster Stelle. Auch für den Unterrichtsgebrauch stehen eher die einfache Bedienung im Vordergrund als hochtheoretische Hintergründe, wenn man rasch Effekte vorführen will. Dieser Artikel soll daher an Hand der Software „FEMM“ grundlegend zeigen, wie ein Finite Elemente Programm aufgebaut ist und wie man damit umgeht, was alles zu beachten ist und wie man das Problem richtig formuliert, um brauchbare Ergebnisse zu erhalten. Natürlich sind dem eigenen Weiterstudium in der Materie keine Grenzen gesetzt.

Der Berechnung von elektrischen und magnetischen Feldern liegen die Maxwellgleichungen zu Grunde. Diese wurden von James C. Maxwell um 1862 aufgestellt. Es handelt sich dabei um 4 Differentialgleichungen der Feldvektoren D (elektrische Flussdichte), E (elektrische Feldstärke), B (magnetische Flussdichte) und H (magnetische Feldstärke), die aus dem gauß'schen Gesetz über den elektrischen Fluss, dem Durchflutungssatz und dem Induktionsgesetz abgeleitet wurden und die zusammen mit den Gleichungen der Materialeigenschaften alle elektromagnetischen Phänomene beschreiben. Zur Erinnerung an vergangene Uni- Zeiten seien sie hier angeführt:

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{H} &= \text{rot } \vec{H} = \vec{j} - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} & \vec{B} &= \mu_0 \cdot \mu_{\text{rel}} \cdot \vec{H} \\ \nabla \cdot \vec{D} &= \text{div } \vec{D} = \rho_{\text{frei}} & \vec{j} &= \kappa \cdot \vec{E} \\ \nabla \times \vec{E} &= \text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \vec{D} &= \epsilon_0 \epsilon_{\text{rel}} \cdot \vec{E} \\ \nabla \cdot \vec{B} &= \text{div } \vec{B} = 0 \end{aligned}$$

Muss man in der Elektrotechnik Feldverteilungen und Feldstärken berechnen, steht man sofort vor dem Problem der Unlösbarkeit der Aufgabe, wenn die Geometrien von einfachen und bekannten Strukturen abweichen. Auch sind vielfach vereinfachende Annahmen wie z.B. (quasi-) statische Verhältnisse notwendig, um eine mathematisch geschlossene Lösung zu erhalten. Der Großteil der praktischen Anordnungen entzieht sich einer mathematischen Lösbarkeit mit vertretbarem Aufwand.

Um doch zu brauchbaren Ergebnissen zu kommen, kann man die gesamte Anordnung in kleine dreieckige Teilgebiete zerlegen, die sogenannten finiten Elemente. Für jedes dieser Teilgebiete werden die Maxwell- Gleichungen mit den Randbedingungen gelöst, wobei jedoch die Differentialgleichungen wegen der Kleinheit der

Teilgebiete als Differenzgleichungen angeschrieben werden. Die einzelnen Lösungen der Teilgebiete werden zur Gesamtlösung kombiniert und grafisch dargestellt. Der enorme Rechenaufwand dieser Methode wird allerdings durch den Einsatz moderner Rechner und effizienter Programme zu einem Vorgang von Sekunden.

Ein solches – freies – Programm ist beispielsweise FEMM (<http://www.femm.info/wiki/HomePage>).

Aufbau von FEMM

FEMM ist ein Programmpaket für die Berechnung von niederfrequenten elektromagnetischen Feldern, Stromleitungsproblemen sowie statischen Wärmeleitungsproblemen. Die Geometrie muss dabei zweidimensional (Ableitung nach z - Richtung Null) oder rotationsymmetrisch (Ableitung nach ϕ -Richtung Null) sein. Nichtlineare Materialeigenschaften wie z.B. die magnetische Hysterese sind implementierbar. Das Paket besteht aus folgenden Teilen:

Interaktive Shell (femm.exe)

ermöglicht die Auswahl des Feldtyps (Definition des „Problems“), die Eingabe der Geometrie, der Materialeigenschaften und der Grenzbedingungen. Autocad- Files können importiert werden. Die Shell sorgt weiterhin für die grafische Darstellung der Rechenergebnisse und erlaubt abschließende Analysen und zusätzliche Berechnungen von Feldverläufen entlang wählbarer Konturen.

Netzgenerator (Mesh, triangle.exe)

zerlegt das Rechengelände in kleine Dreiecke, wie sie für die Finite Elemente Methode gebraucht werden. Die Zerlegung kann automatisch mit den Vorgaben des Programmes oder auch durch händische Parametrierung durchgeführt werden.

Solver

sorgen für die rechnerische Lösung des Problems. Dabei lösen die Programme `fkern.exe` magnetische, `belasolv.exe` elektrostatische, `hsolv.exe` Wärmeleitungs- und `csolv.exe` Stromflussprobleme.

LUA Script

Die „Lua Extension Language“ (<http://www.lua.org>) wird verwendet, um Scripting-/Batch-Processing in FEMM zu ermöglichen. Es steht dem Leser frei, sich damit näher zu beschäftigen.

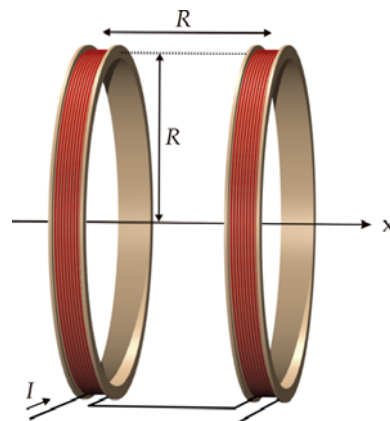
Tutorials

sind sehr gut und helfen beim Verstehen und Erstellen der Anwendungen.

Magnetfeld einer Helmholtzspule

Als Beispiel für die Funktion und die Bedienung des Programmes soll das statische Magnetfeld einer Helmholtzspule berechnet werden. Dazu findet man im Internet Lösungen, aber das eigenständige Lösen eines Problems macht es erst interessant.

Ein Helmholtzspulenpaar ist eine Anordnung zweier koaxialer Ringspulen gleicher Windungszahl, mit definierten Abmessungen und Positionen, die gleichsinnig vom selben Strom durchflossen werden. Sie erzeugen in ihrem Inneren



ein Magnetfeld mit erstaunlicher Homogenität in einem relativ großen Volumen.

Ein solches Magnetfeld kann man z.B. zur Prüfung der Störfestigkeit (EMV) von Geräten verwenden. Auch für den medizinischen Einsatz in der Magnetfeldtherapie kommt die Helmholtzspule wieder zu Ehren. Man kann sich also seine eigene Feldröhre basteln ;-). (Bildquelle: Wikipedia)

Der wesentliche Vorteil dieser Spulen liegt bei der Modellierung des Problems darin, dass nur Bereiche mit Stromfluss und sonst nur Luft vorkommen. Das Fehlen magnetischer Materialien vereinfacht das Modell.

Beim Starten des Programmes `femm.exe` erhält man den Editor für die grafische Eingabe und eine freie Arbeitsfläche. Zunächst müssen die grundlegenden Einstellungen vorgenommen werden.

Mit dem Menüpunkt *File - New* erhält man eine Auswahl von möglichen neuen „Problems“ (Aufgaben): wir wählen *Magnetics Problem*.

Daraufhin ändert das Programm sein Aussehen und erlaubt weitere Einstellungen.

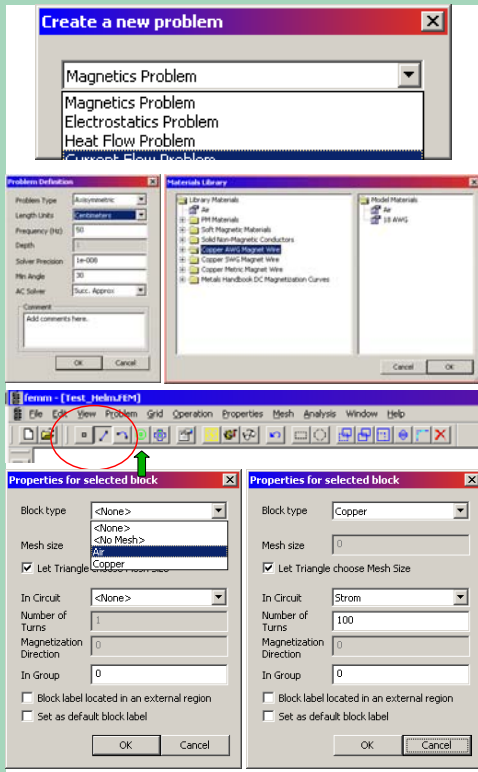
Mit dem Menüpunkt *Problem Definition* kommt man zur Festlegung der Geometrie, der Einheit und diverser Rechenparameter, deren Werte man sich einfach vorschlagen lässt.

Wir wählen axialsymmetrisch und unsere üblichen `cm`, den Rest belässt man am besten. Vorteilhaft erweist sich das Kommentarfeld, weil man spätestens nach der dritten Version und nach zwei Wochen nicht mehr weiß wozu das Ganze dient und was man sich bei der Rechnung gedacht hat ;-).

Als Nächstes müssen die Materialien ausgewählt werden. Dazu gibt es unter *Properties* eine *Materials Library*.

Zur Auswahl zieht man einfach ein Material von der linken Seite des Fensters auf die rechte. Da es in unserem Beispiel nur Luft und Wickeldrähte gibt, ist die Liste sehr kurz. Durch Rechtsklick auf das Material (im rechten Fenster, sonst ändert man die Basislibrary!) bekommt man Gelegenheit, die Eigenschaften zu verändern, was man aber gut überlegen muss.

Nun kann man die Geometrie in das Zeichenfeld eintragen. Die Koordinaten sind wegen der Zylindersymmetrie r und z . Die Schnittebene der Modellierung liegt in der Achse. Man muss wissen, dass zuerst die Eckpunkte (*node*) der Anordnung festgelegt werden müssen, die dann durch Linien (*segment*) oder durch Kreisbögen (*arc seg-*



wählen (aber mit Vorsicht; wenn kein Gitterpunkt in einer kleinen Struktur erreichbar ist, kann man oft keine *Blocks* platzieren!). Mit *edit, select region, copy* spart man Eingabeaufwand beim Erstellen gleicher Elemente. So entstehen die beiden Rechtecke für die Spulen. Da es sich um ein rotationssymmetrisches Problem handelt, genügt das Zeichnen der „halben“ Schnittebene. Ein guter Tipp ist, jetzt einmal dem Grundsatz „*save often, save early*“ zu huldigen und einen griffigen Namen zu erfinden.

Nun muss man der Software mitteilen, wo die Begrenzungen (*Boundary*) sind. Es macht keinen Sinn, über eine riesige Fläche zu rechnen, die Begrenzungen nimmt man einmal nach Gefühl in relativ großem Abstand an. Dazu setzt man Punkte, die den Achsenverlauf und eine halbkreisförmige Fläche markieren. Es sollten jetzt Teilflächen mit geschlossenen Umrandungen entstanden sein. Die *Boundary* muss natürlich in den Properties definiert und mit Rechtsklick – Leertaste dem Rand zugeordnet werden. Die Rotationsachse ist bei $r = 0$ festgelegt und ebenfalls als Linie zu zeichnen.

Jetzt müssen durch Positionierung von „*Blocks*“ in den jeweiligen Gebieten die Materialien zugeordnet werden. Mit Rechtsklick auf einen *Block* und Drücken der Leertaste bekommt man ein Fenster zur Eingabe.

Der Bereich Luft ist so leicht definiert.

ment) verbunden werden können. Zum exakten Platzieren der Punkte kann man *snap to grid*

Spätestens jetzt bemerkt man, dass ja der Strom fehlt. Dazu definiert man in *Properties* einen *Circuit* und legt eine Stromstärke fest. Wählt man nun für den *Block* der Wicklung unter *In Circuit* den Strom aus, bekommt man die Möglichkeit zur Eingabe der Windungszahlen.

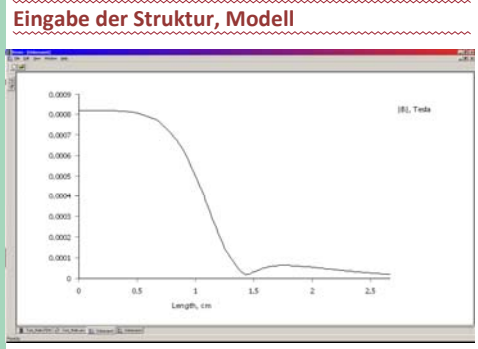
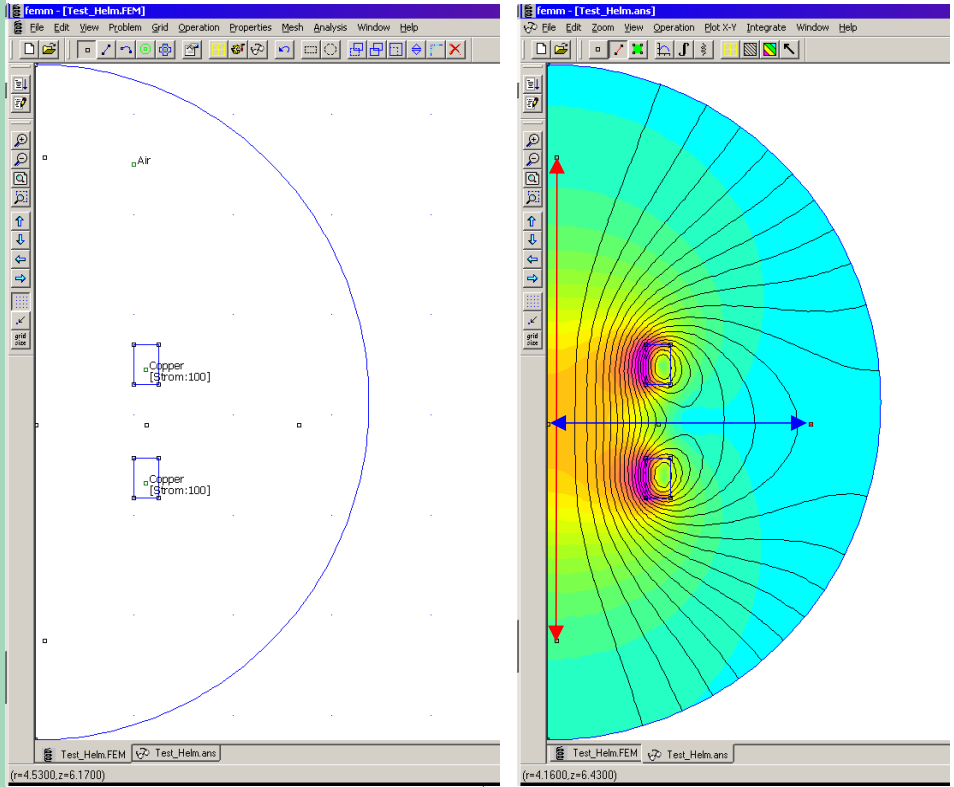
Wer bis jetzt durchgehalten hat, darf das Werk speichern und zu den entscheidenden Schritten ansetzen. Durch Drücken des Icons *Mesh* oder mit der Menüleiste *Mesh - Create Mesh* lässt man das Maschenwerk der finiten Elemente automatisch anlegen. Es erscheint jetzt ein gelbes Netzwerk aus kleinen Dreiecken. Die Krönung kommt nun beim Drücken des Icons mit der Kurbel (*analyze*). Nach wenigen Sekunden muss der Rechner fertig sein (sonst hat man ihm eine Falle gestellt und er rechnet sich zu Tode).

Damit ist die Berechnung abgeschlossen und man kann mit dem Icon mit der Brille (*Analysis - View results*) seine Ergebnisse bewundern, wozu sich ein eigener Tab auftut. Der natürliche Spieltrieb mit den Icons führt dazu, dass man eine schöne farbige Darstellung von selbst findet und auch die interessierenden Feldgrößen auswählen kann.

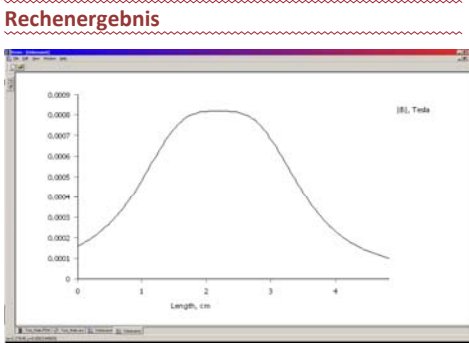
Wenn man jetzt noch Details auswerten möchte wie z.B. den Feldverlauf in radialer oder axialer Richtung genau zu bestimmen, muss man zunächst im Original Punkte (*node*) definieren, die als Ansatzpunkte für Schnittlinien in Ergebnisbild dienen können. Zum Beispiel setzen wir zusätzliche Punkte in der Mitte und außerhalb der Spulen, aber im Rechengebiet. Verbindet man im Ergebnisbild jetzt beliebige Punkte zu einem Kurvenzug, so kann man sich die Feldgrößen entlang dieser Linie anzeigen lassen. Die Feldgrößen können auch entlang dieser Kurve integriert werden. Die Ausgabe der Daten in ein Textfile ist ebenfalls möglich.

Nach Analyse des Ergebnisses kann man die Eingabewerte gezielt ändern, um die gewünschte Feldverteilung zu erhalten. Dem Nachbau steht dann nichts mehr im Wege.

Beispiel Helmholtzspule



B- Verlauf in radialer Richtung (blaue Strecke)



B- Verlauf in axialer Richtung (rote Strecke)

Beispiel Durchsteckwandler – Ferritkern

Als Beispiel für eine praktische Anwendung zeige ich das Magnetfeld eines Durchsteckstromwandlers, der einen Strom bis 80 A in einem 16 mm² Leiter galvanisch getrennt messen soll. Der Magnetkern besteht aus zwei zylindrischen Ferrithälften, mit einem Luftspalt von 2x1 mm. Das Problem ist planar modelliert. In der Mitte ist der Stromleiter, umgeben von den Ferritkernhälften mit den beiden Luftspalten. Das 2. Bild zeigt die praktische Ausführung. Wesentlicher Punkt der Berechnung war die Erkenntnis, dass die relativ großen Luftspalte so viel Streufeld verursachen, dass man dieses im Magnetkreis mitrechnen muss.

