

# Digital-Kamera als Entfernungsmesser

Ernst Reinwein

## Einleitung

Digitalkameras haben einen Bildsensor, der waagrecht und senkrecht in Bildelemente (Pixel) unterteilt ist. Der Abstand zweier Pixel entspricht einem bestimmten Aufnahmewinkel. Mithilfe von Winkeln und dem Abbild einer bekannten Strecke quer zur Aufnahme richtung lässt sich die Entfernung dieser Strecke von der Kamera berechnen.

## Voraussetzung

- Die optische Achse der Kamera ist **waagrecht** ausgerichtet.
- Im Bild ist eine **Vergleichslänge sichtbar, deren Größe G** bekannt ist (z.B. senkrechter Stab, Pendel oder Fuß bis Augenhöhe einer stehenden Person).
- Ein Fotobearbeitungsprogramm mit dem **Längen in Pixel gemessen** werden können (in PhotoShopElements: *Fenster > Informationen > Auswahlrechteck > mit Maus Strecke markieren* und im Feld *Informationen* bei H ablesen).
- Ein Faktor **K** wurde für die **verwendete Kamera, das verwendete Bildformat (Auflösung) und die verwendete Brennweite (Zoom-einstellung)** ermittelt. (Anmerkung: Das ermittelte K gilt also nur bei diesen Kameraeinstellungen)

## Ermittlung von K

Dazu wird eine **Vergleichslänge (G)**, die später in jedem Bild sichtbar sein muss (z.B. ein Stab mit fixer Länge, ein Pendel oder eine Person von Boden bis Augenhöhe), in einer genau gemessenen Entfernung **E** fotografiert. Dann wird die **Pixelanzahl (P<sub>K</sub>)** dieser Vergleichslänge im Foto bestimmt und mit der Aufnahmeentfernung (E) multipliziert.

$$K = P_K \cdot E$$

(Anm.: K entspricht der Pixelzahl der Vergleichslänge bei 1m Aufnahmeentfernung.)

## Berechnung der Entfernung (der Person) von der Kamera

Praktisch anwendbar bis zu einer Entfernung die der tausendfachen Kleinbildbrennweite entspricht. Für die Berechnung der Entfernung werden zuerst folgende drei Pixelmaße im Foto ermittelt:

P<sub>V</sub> ... Vergleichslänge (z.B. Person von Boden bis Augenhöhe) in Pixel

P<sub>S</sub> ... Abstand nach der Seite von der senkrechten Bildmitte in Pixel

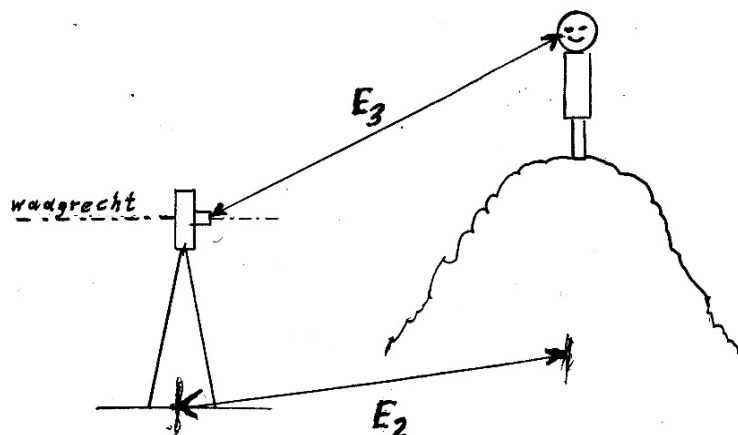
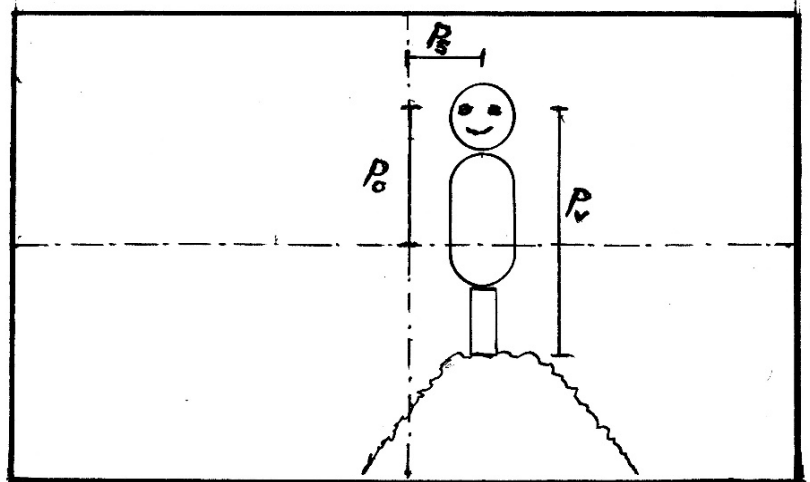
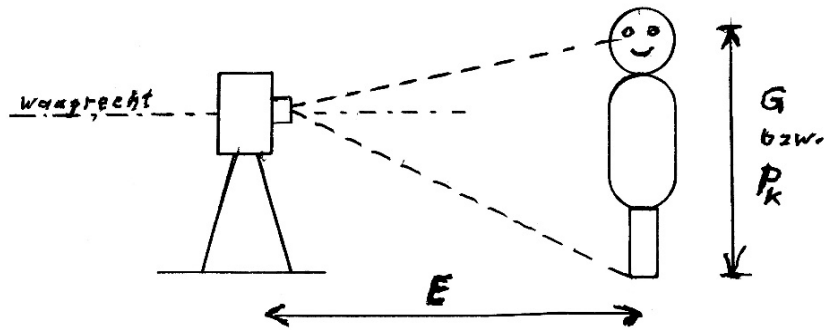
P<sub>0</sub> ... Abstand nach oben oder unten von der waagrechten Bildmitte in Pixel

in Meter und der im Bild gemessenen Pixel P<sub>V</sub> und P<sub>S</sub> errechnet:

## 2D-Entfernung

Die waagrechte Entfernung (E<sub>2</sub>) zwischen der Kamera und der Person (Vergleichslänge) wird mittels der Vergleichslänge G

$$E_2 = \frac{\sqrt{K^2 + G^2 \cdot P_S^2}}{P_V}$$



Wenn  $P_s = 0$ , dann vereinfacht sich die Berechnung zu

$$E_2 = K / P_v$$

### 3D-Entfernung

Die Sichtentfernung ( $E_3$ ) zwischen der Kamera und der Person (Vergleichslänge) wird mittels der Vergleichslänge  $G$  in Meter und der im Bild gemessenen Pixel  $P_v$ ,  $P_s$  und  $P_o$  errechnet:

$$E_3 = \frac{\sqrt{K^2 + G^2(P_s^2 + P_o^2)}}{P_v}$$

### Anwendung in der Praxis

#### Kompaktkamera

Canon G9X

#### Auflösung

5472x3080 Pixel

#### Endbrennweiten des Zooms (Herstellerangaben)

28mmKB und 84mmKB

#### Vergleichsgröße

Schnur mit zwei Kugeln, Kugelmitte bis Kugelmitte  $G = 1,72\text{m}$

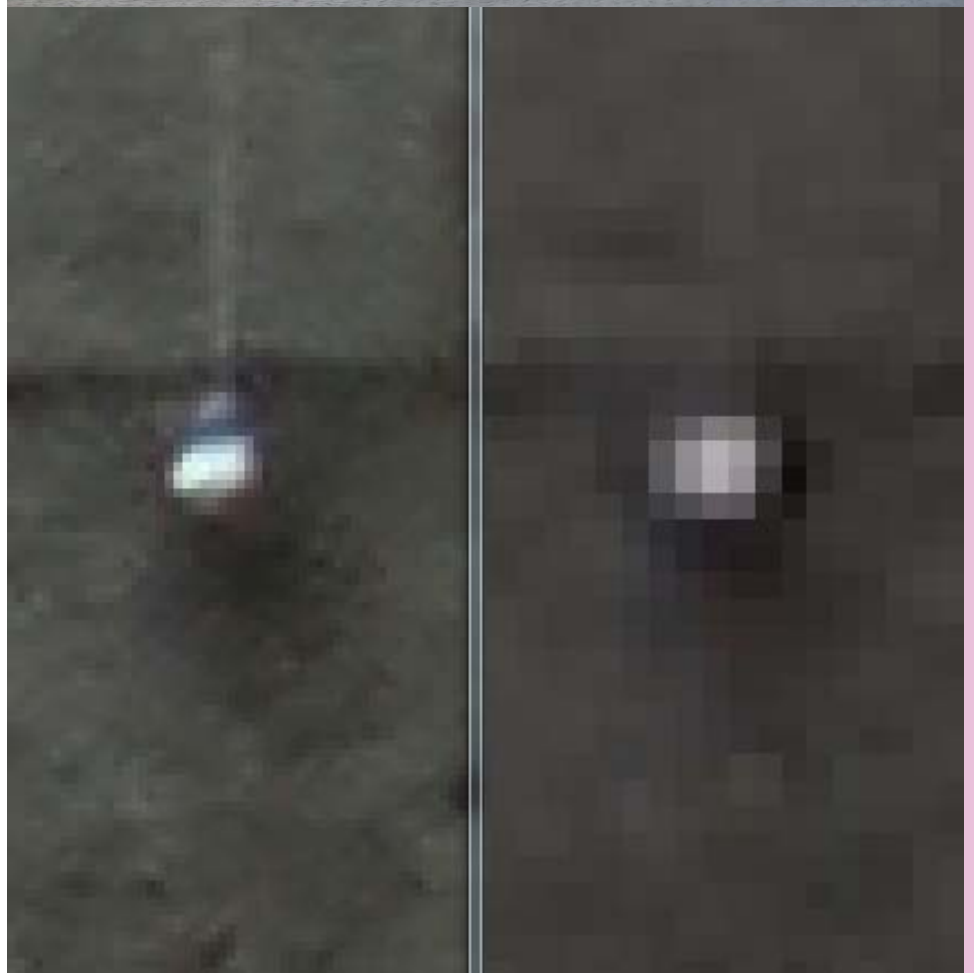
#### Ermittelte Konstanten

$K_{28} = 7600$ ,  $K_{84} = 21300$

Fotografiert wurde in einem Innenhof, wo das Kugelpendel an einem Zaun befestigt war (siehe Bild), die Kamera war davon 24,29 m entfernt. Die Länge  $P_v$  auf den Fotos ergibt die Entfernung  $E_2 = K / P_v$  bei  $K_{28}$  mit 24,52m (+1%) und bei  $K_{84}$  mit 23,87m (-1,8%). Die Wiederholgenauigkeit bei mehreren Messungen mit derselben Brennweite war 0,2%.

Abweichung bei mehreren Messungen mit derselben Brennweite 0,5%

Unterschied zwischen den Messungen mit den beiden Extrembrennweiten 3%



Das obere Foto wurde mit einer Brennweite von 84mmKB aufgenommen. Die Kugeln des Pendels sind mit Pfeilen markiert. Auch bei der (nicht gezeigten) Aufnahme mit 28mmKB sind die Kugeln bei entsprechender Bildvergrößerung gut sichtbar.

Im Bild unten ist die untere Kugel in starker Vergrößerung zu sehen; links aus der Aufnahme mit 84mmKB und rechts aus der Aufnahme mit 28mmKB. Die Kugelmittelpunkte sind mit der Maus einfach zu markieren.

### Entfernung der Hauskante neben dem Fensterbrett im 5. Stock

Für jeden Punkt, der in der Ebene liegt, in der sich die Vergleichsgröße (Kugelabstand) befindet (im Bild in der Ebene des Zauns), kann die Entfernung zur Kamera berechnet werden. Als Beispiel dient die Hauskante neben dem Fensterbrett im 5. Stock (roter Pkt).

$G = 1,72\text{m}$

$K_{28} = 7600$

Bildformat: 3080x5472 Pixel Bildmitte:

$X=1540\text{px}$ ,  $Y=2736\text{px}$

mit PhotoShopElements ermittelt

$P_V = 310\text{px}$

und von links oben der Punkt mit

$X=2220\text{px}$   $Y=230\text{px}$

daher ergeben sich

$P_S = 1540-2220 = -680\text{px}$

$P_O = 2736-230 = 2506\text{px}$

Die ermittelten Zahlen in die Formel  $E_3$  eingesetzt ergeben: **Abstand von der Kamera zum roten Punkt (Luftlinie) 28m.**

In der Ebene normal zur optischen Achse („Zaunebene“) kann jede beliebige Strecke berechnet werden, wie z.B. die Höhe des roten Punktes über dem Boden. Dazu die Pixellänge messen und im Vergleich zu  $P_V$  berechnen:

gemessen 2676px, daher

$H = (\text{Pixel}/P_V) * G = 14,8\text{m}$

Hinweis: In einer Ebene normal zur optischen Achse kann jede Strecke gemessen werden, ohne  $K$  (und  $f$ ) zu kennen, daher ist im Bild nur irgendeine bekannte Bezugslänge  $G'$  (und  $P_V'$ ) erforderlich.

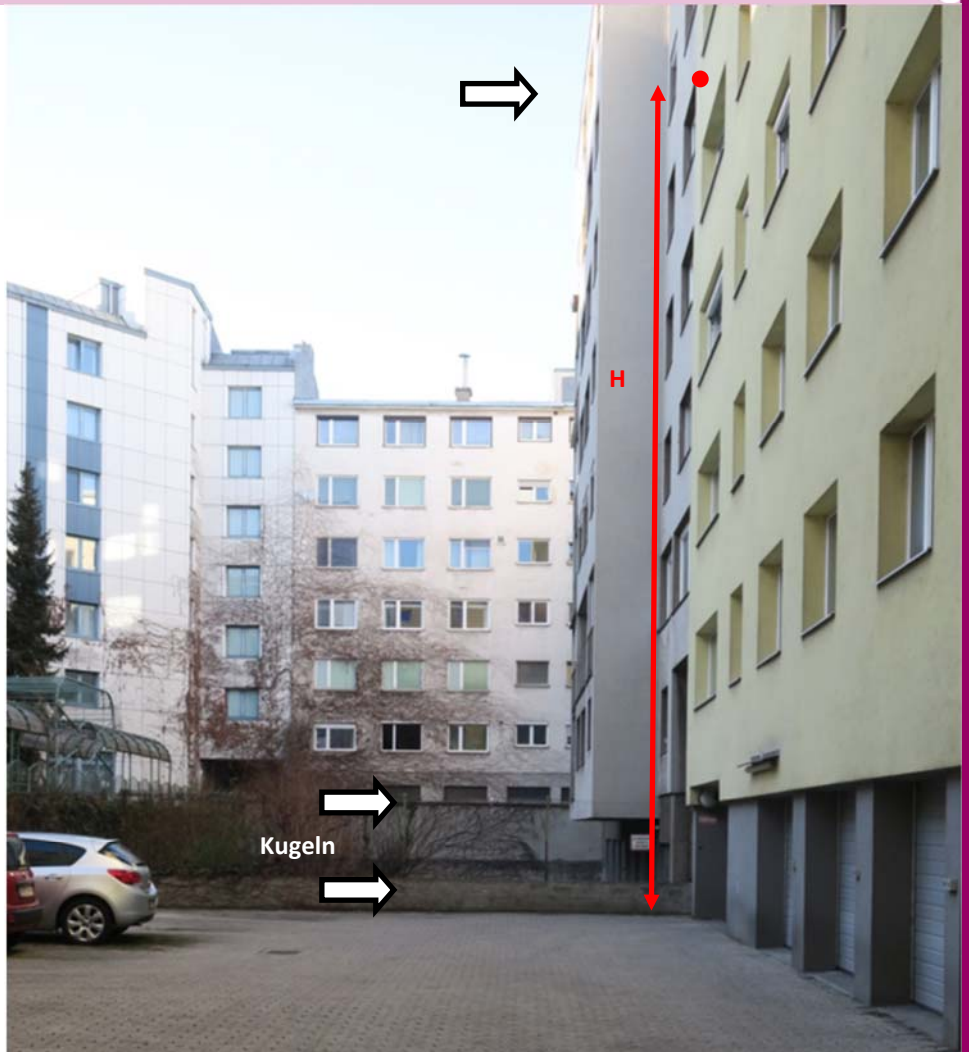
### Entfernungsmessung statt mit dem Kugelpendel mit einer anderen bekannten Größe

Ist im Bild das bekannte Kugelpendel nicht vorhanden, aber **eine andere bekannte Größe  $G'$**  (z.B. die Abmessung eines Fensterrahmens), so kann diese für die Rechnungen verwendet werden. Wurde die Konstante  $K$  für eine bestimmte Kameraeinstellung bereits mit dem Kugelpendel  $G$  bestimmt, kann  $K$  auf  $K'$  für eine andere Bezugslänge  $G'$  umgerechnet werden:  
 $K' = K * G' / G$ .

Im Bild ist eine Hausfassade zu sehen, die normal zur optischen Achse steht. Die Aufnahme erfolgte mit 28mmKB, wofür mit dem Kugelpendel ( $G = 1,72\text{m}$ ) das  $K_{28} = 7600$  bereits bestimmt wurde. Da aber nicht die Größe des Kugelpendels, sondern die **mit dem Maßband gemessene Fensterbreite 2,5m** als Bezugsgröße verwendet werden soll, wird zu  $G' = 2,5\text{m}$  die Konstante  $K_{28}' = 11047$  berechnet ( $K' = K * G' / G = 7600 * 2,5 / 1,72$ ).

Im Bild wurde mit PhotoShopElements das  $P_V' = 300\text{px}$  (Fensterbreite) gemessen. Damit kann der Abstand Kamera bis Hausfassade berechnet werden

$E_2 = K' / P_V' = 11047 / 300 = 36,82\text{m}$ .



### Streckenmessung im Bild mit PhotoShop-Elements

> Fenster > Informationen, > Auswahlrechteck, mit Maus Strecke markieren, dann zeigt das **Feld Informationen** folgende Zahlen

- RGB (und FSH): die Farbe an der Position der Maus,
- X und Y: die **Position der Maus bez. auf die Ecke links oben**,
- B und H: die **Seitenlängen des aufgezogenen Rechtecks**.



### Ausschnittsvergrößerung, um $G'$ (und $G$ ) gut sehen zu können.

Zur Kontrolle wurde im Bild auch das Kugelpendel aufgenommen. Dessen Länge wurde mit  $P_V = 207\text{px}$  gemessen. Somit ergibt diese Rechnung

$E_2 = K / P_V = 7600 / 207 = 36,71\text{m}$  (Diff. 0,3%).

## Entfernungsmessung von Gebäuden mit einer bekannten Abmessung

Bei Gebäuden, von denen man zumindest eine bekannte Abmessung sieht, kann mithilfe dieser die Entfernung errechnet werden. Als Beispiel dient der Arsenalturm in Wien.

Der Arsenalturm hat laut Wikipedia einen zylindrischen Schaft mit 8,4m Durchmesser. Die unterste Antennenplattform befindet sich in einer Höhe von 100m, die oberste in 131m. Daher ist der Abstand von der untersten zur obersten Plattform 31m. Jedes dieser beiden Maße kann als neue Bezugsgröße  $G'$  verwendet werden.

Das Foto wurde waagrecht mit 84mmKB aufgenommen. Das bereits ermittelte  $K_{84} = 21300$ .

Die Umrechnung auf die neuen Bezugsgrößen erfolgt wie im vorigen Beispiel mit  $K' = K * G' / G$ .

$$K'_{\text{Schaft}} = 21300 * 8,4 / 1,72 = 104020$$

$$K'_{\text{Plattform}} = 21300 * 31 / 1,72 = 383900$$

Aufnahmestandort war beim Butterteich am Laaerberg.

Die Entfernung zum Arsenalturm wurde im Stadtplan Wien <https://www.wien.gv.at/stadtplan/> mit dem dort verfügbaren Messwerkzeug mit 1679m gemessen.



Die im Foto gemessenen Schaft-Bezugsgröße  $G'_{\text{Schaft}}$  beträgt  $P_V' = 63\text{px}$ , die daraus errechnete Entfernung des Turmes beträgt  $E_2 = K'_{\text{Schaft}} / P_V' = 104020 / 63 = 1651\text{m}$  (-1,7%).

Die im Foto gemessenen Plattform-Bezugsgröße  $G'_{\text{Plattform}}$  beträgt  $P_V' = 236\text{px}$ , die damit errechnete Entfernung des Turmes beträgt  $E_2 = K'_{\text{Plattform}} / P_V' = 383900 / 236 = 1627\text{m}$  (-3,2%).

## Überlegungen zur Messgenauigkeit

### Pixelfehler

Wird die Bezugsgröße  $G$  bzw.  $G'$  sehr klein im Foto abgebildet (z.B. große Objektentfernung), ist es schwierig die genaue Pixellänge zu ermitteln. Ist  $G'$  z.B. **nur 100px lang**, so führt das falsche Setzen der Maus um  $\pm 1\text{px}$  zu einer abgelesenen Länge zwischen 98 und 102 Pixel. In diesem Fall kann demnach der Pixelfehler einen Messfehler von bis zu  $\pm 2\%$  verursachen. Das kann nur vermieden werden, wenn  $G$  bzw.  $G'$  einige hundert Pixel groß ist, wodurch aber die maximale Messentfernung, abhängig von der Größe  $G'$ , beschränkt wird.

Auf der vorigen Seite scheint es ja gerade umgekehrt zu sein, da ist die Messung mit der kleineren Bezugsgröße " $G'_{\text{Schaft}}$ " genauer als die mit der Bezugsgröße " $G'_{\text{Plattform}}$ ". Möglicherweise ist die Wikipedia-Angabe des Abstandes der Platten nicht so genau wie die des Schaftdurchmessers.

### Linsenfehler

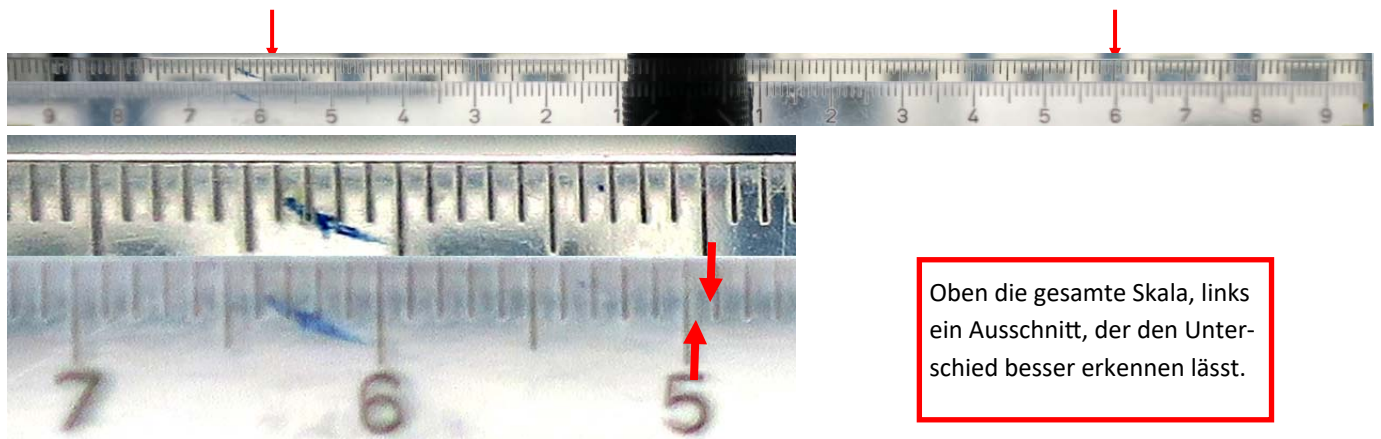
Bei der Bestimmung von  $K$  wird man eine geringe Entfernung wählen, um den oben beschriebenen Fehler klein zu halten. Aber bei einer Abbildung von  $G$ , die eine halbe Bildlänge oder etwas mehr einnimmt, können sich Verzerrungen der Optik auswirken.

Im Abschnitt "Anwendung in der Praxis" beträgt der Unterschied zwischen den Messungen von  $E_2$  mit  $K_{28}$  und  $K_{84}$  etwa 2,8%. Das könnte zumindest teilweise durch einen Unterschied bei der Bestimmung des  $K$ -Wertes für die zwei Brennweiten verursacht sein.

Um zu kontrollieren, ob Linsenverzerrungen Ursache für diese Abweichung sein könnten, wurden zwei Aufnahmen gemacht, die eine Skala von 20cm jeweils in der Bildlängsachse formatfüllend zeigen. Diese Skalen sind im untenstehenden Bild übereinander kopiert. Die obere Skala stammt vom Bild mit der kurzen Brennweite, die untere vom Bild mit der langen

Brennweite. Die Skalen stimmen an den Enden und genau in der Mitte überein, aber bei den Ziffern 5 bis 7 zeigt sich eine Differenz von etwa einem  $\frac{1}{2}$  mm.

Eine Vermessung dieses Bildes mit dem Lineal, das fotografiert wurde, zeigt, dass die kurze Brennweite die Skala korrekter wiedergibt und die lange Brennweite - abgesehen von den Unschärfen am Rand - im Bereich der Ziffern 5 bis 7 geringfügig verzerrt abbildet. Würde die Vergleichsgröße  $G$  im Bild gerade 10cm haben, wäre der **Unterschied in den Abbildungen der zwei Brennweiten etwa 1%, verursacht durch optische Verzerrungen**. Und dieser Fehler steckt dann in den  $K$ -Werten und allen Rechnungen, die darauf beruhen.



Oben die gesamte Skala, links ein Ausschnitt, der den Unterschied besser erkennen lässt.

## Messung der Flughöhe von Flugzeugen im Landeanflug

Die Flughöhe von Flugzeugen kann man nicht nur bestimmen, wenn man die Flugbahn seitlich sieht, sondern auch wenn man sich genau darunter befindet. Für die Aufnahme den Fokus auf Unendlich stellen, eventuell Serienbildmodus, das Objektiv senkrecht nach oben richten und die Kamera auslösen, wenn das Flugzeug im Bildfeld sichtbar ist.

Die Entfernung ( $E_2$ ) des überfliegenden Flugzeuges kann bestimmt werden, wenn eine Abmessung ( $G'$ ) bekannt ist, wie z.B. dessen Flügelspannweite (28,42m) oder Länge (32,83m). Diese wird in Pixel gemessen ( $P_V'$ ). Die Umrechnung auf die neuen Bezugsgrößen erfolgt wie in den anderen Beispielen mit dem bereits ermittelten  $K_{28}=7600$  mit der Formel

$$K' = K * G' / G.$$

$$K'_{\text{Spannweite}} = 7600 * 28,42 / 1,72 = 125577$$

und

$$K'_{\text{Länge}} = 7600 * 32,83 / 1,72 = 145063$$

Die Flughöhe wird errechnet mit  $E_2 = K' / P_V'$ .

Die Internetseite <https://www.flihttradar24.com/> zeigt die aktuelle Position von Flugzeugen und nach einem Anklicken deren Type und deren Flughöhe über Meeressniveau (*Calibrated Altitude*). Für einen Vergleich mit der eigenen Messung muss von der *Calibrated Altitude* die Höhe des eigenen Standortes abgezogen werden.

## Gebäudevermessung mittels Kamera und Stadtplan

Anstelle die Digitalkamera für eine Entfernungsmessung einzusetzen, kann sie für die Ermittlung einer Länge dienen, wenn die Entfernung bekannt ist (z.B. durch eine vorangehende Messung der Entfernung in einem Stadtplan). Im Beispiel wird die Höhe der Karlskirche ermittelt, die gemäß Wikipedia 72m beträgt. Von der waagrecht positionierten Kamera ist gemäß Stadtplan die Spitze der Kirche 231m ( $E_S$ ) und die untersten Stufe 179m ( $E_B$ ) entfernt. Zur Berechnung der nunmehr gesuchten Größe werden die obigen Formeln umgedreht und gegebenenfalls die unterschiedlichen Entfernungen berücksichtigt.

Daraus ergibt sich

$$H = H_S + H_B = (P_S * E_S + P_B * E_B) * G / K$$

Im Stadtplan Wien

<https://www.wien.gv.at/stadtplan/> werden Entfernungsmessungen auf 1m gerundet, daher sollte die **Messentfernung mindestens 100m betragen**.

Der zweite Wert kommt zur Anwendung, wenn die Basis der Kirche weniger weit entfernt ist als die Spitze ( $E_B < E_S$ ), weil dann muss der Höhenanteil unter der Bildmitte (Kamerahöhe) korrigiert werden.

## Flughöhe berechnen

mit dem fotografierten Flugzeug Bombardier Q 400

mit Spannweite  $G' = 28,42\text{m}$   
bzw.  $P_V' = 155,6 \text{ Pixel}$   
 $K' = 125577$   
 $E_2 = 125577 / 155,6 = 807\text{m}$

mit Länge  $G' = 32,83\text{m}$   
bzw.  $P_V' = 178,5 \text{ Pixel}$   
 $K' = 145063$   
 $E_2 = 145063 / 178,5 = 812\text{m}$



\*Wenn die Flugrichtung nicht parallel zu einer Bildkante liegt, muss wohl der Satz des Pythagoras angewendet werden.

Abmessungen der AUA-Flotte sind zu finden unter

[https://www.austrian.com/Info/Flightinformation/OurFleet.aspx?sc\\_lang=de&cc=AT](https://www.austrian.com/Info/Flightinformation/OurFleet.aspx?sc_lang=de&cc=AT)

Abmessungen weiterer Flugzeuge sind zu finden unter <http://www.bredow-web.de/Inhaltsverzeichnis/Transportflugzeuge/transportflugzeuge.html>

$E_S$  und  $E_B$  sind die Entfernungen der Spitze und der Basis von der Kamera.  $P_S$  und  $P_B$  sind die Pixel der Teillängen  $H_S$  oberhalb und  $H_B$  unterhalb der Bildmitte.  $G$  und  $K$  sind die festgelegten Werte für die Kamera gemäß Seite 1.

Mit den im Foto gemessenen Pixellängen  $P_S = 1268\text{px}$  und  $P_B = 116\text{px}$  und den Werten  $G = 1,72\text{m}$  und  $K_{28} = 7600$  wird  $H$  berechnet:

$$H = (1268 * 231 + 116 * 179) * 1,72 / 7600 = 71\text{m}$$

als Höhe der Karlskirche.

