

# Datenanalyse

Othmar Fischer und Markus Seidl

Der Unterrichtswert der Software "Datenanalyse" liegt darin, daß Schüler lernen, meßtechnisch erfaßte Zusammenhänge mit theoretischem Wissen in Beziehung zu bringen und dadurch zu einem folgerichtigen Denken und nicht zu einem gedankenlosen Kenntnisnehmen angeleitet werden.

Experimente, Versuche und Tests liefern eine abzählbare Menge  $n$  klassifizierter Daten  $(x_i, y_i, n_i)$  mit  $n_i$  als absolute Häufigkeit bzw.  $(x_i, y_i, h_i)$  mit  $h_i = n_i/n$  als relative Häufigkeit oder nicht-klassifizierter Daten  $(x_i, y_i)$ , die mit dem Personalcomputer unter Einsatz einer geeigneten Software mathematisch oder statistisch bearbeitet werden können. Die Datenanalyse benutzt dazu Methoden der Angewandten Mathematik sowie der Praktischen Informatik und setzt statistische Verfahren ein.

Ziel der mathematischen Behandlung experimentell erfaßter Daten ist das Ermitteln eines funktionalen Zusammenhanges (Regression, Kurvenanpassung), während mit Hilfe der Statistik aus den Eigenschaften einer endlichen Zahl zufälliger Stichproben auf das Verhalten der Gesamtheit geschlossen werden kann. In der Biologie und Medizin müssen Versuche, um Zufälligkeiten möglichst auszuschließen, nach statistischen Grundsätzen durchgeführt und ausgewertet werden.

Die hier vorgestellte Software unterstützt den Laborunterricht am TGM, Höhere Lehranstalt für Elektronik, um eine größere Effizienz bei den Laborübungen durch Einschränken der notwendigen, aber formalen und daher lernunproduktiven, Arbeiten (Tabellen schreiben, Diagramme zeichnen und auswerten) zu erreichen, damit der Unterricht mehr auf die fachbezogenen Lehrinhalte konzentriert werden kann. Das Programm gibt ein Meßschema mit 20 Zeilen und 6 Spalten vor, in das die anfallenden Meßwerte über die Tastatur einzutragen sind, zeichnet nach Auswahl der Variablen die Diagramme und führt anschließend eine mathematische oder statistische Auswertung unter verschiedenen Gesichtspunkten durch, wobei die Dateien gespeichert, geladen, neuerlich bearbeitet sowie die Meßtabelle und die Diagramme, auch farbig, gedruckt bzw. geplottet werden können.

## Mathematische Verfahren (Regression, Kurvenanpassung)

Die Regression paßt die Koeffizienten  $a$  und  $b$  eines gewählten Kurventyps an die experimentell ermittelten Daten  $(x_i, y_i)$  an, so daß das mittlere Fehlerquadrat ein Minimum wird. Die gegenständliche Software bietet folgende Regressionen zur Auswahl an:

1. Lineare Funktion:  $y = a + b \cdot x$
2. Exponentialfunktion:  $y = a \cdot e^{b \cdot x}$  mit  $a > 0$  und  $y_i > 0$
3. Logarithmusfunktion:  $y = a + b \cdot \ln x$  mit  $x_i > 0$
4. Potenzfunktion:  $y = a \cdot x^b$  mit  $a > 0$ ,  $x_i > 0$  und  $y_i > 0$

Vor dem Anwenden einer Regression sind die Daten grafisch darzustellen ("Punktwolke"), damit durch sachlogische Überlegungen die zweckmäßigste Kurvenanpassung gewählt werden kann. Die ermittelten Regressions-Koeffizienten  $a$  und  $b$  gelten jedoch nur im Wertebereich der vorliegenden Daten; die Gültigkeit einer Extrapolation ist für jeden einzelnen Fall gesondert zu überlegen.

Der Korrelationskoeffizient  $r^2$  ( $0 \leq r^2 \leq 1$ ) gibt die Qualität der Kurvenanpassung wieder, die um so besser ist, je mehr sich der Korrelationskoeffizient  $r^2$  dem Wert 1 nähert; ein gegen 0 strebender Korrelationskoeffizient  $r^2$  widerlegt den gewählten funktionalen Zusammenhang unter den vorliegenden Daten.

## Statistische Verfahren

Die Deskriptive Statistik beschreibt die den Stichproben unmittelbar entnommenen Ergebnisse und beschränkt diese durch Mittelwertbildung, mit der eine Datenreduktion verbunden ist, auf das Wesentliche. Die Analytische Statistik liefert weitergehende Entscheidungen und Interpretationen und läßt das Übertragen der aus Stichproben gewonnenen Informationen auf die Gesamtheit zu.

Bei jedem Versuch müssen systematische Fehler, das sind solche, die auf einer Gesetzmäßigkeit beruhen, vermieden und zufällige Fehler, beispielsweise durch größeren Stichprobenumfang, reduziert werden. Alle Stichproben müssen zufällig und strukturgleich sein; selektierte Stichproben schränken die Aussagen für die Gesamtheit ein.

Die gegenständliche Software ermittelt aus dem über die Tastatur eingegebenen Datensatz und den als Argument  $x$  und als Funktion  $y$  definierten Variablen die folgenden statistischen Grundgrößen:

1. die arithmetischen Mittelwerte  $\bar{x}$  und  $\bar{y}$
2. die Standardabweichungen  $s_x$  und  $s_y$
3. die Variationskoeffizienten  $V_x$  und  $V_y$
4. die Kovarianz  $s_{xy}$
5. den Korrelationskoeffizienten  $r_{xy}$

Die Schätz- und Test-Theorie beruht auf theoretisch angenommenen Verteilungen und hat das Ziel, eine vorher formulierte Nullhypothese mit einer vorgegebenen Irrtumswahrscheinlichkeit (Signifikanzniveau) oder einem gewählten Vertrauensbereich (Konfidenzintervall) zu bestätigen oder zu verwerfen; diese Sachverhalte überschreiten den Rahmen des Lehrplanes an HTLS.

## Software

Die Software "Datenanalyse" ist Menügeführt und setzt einen IBM-kompatiblen AT-Personalcomputer mit mathematischem Coprozessor, das Betriebssystem DOS 3.3, einen EGA-Bildschirm und einen 24-Nadel-Standard-(Farb-)Matrixdrucker (Fujitsu DL 2600, NEC P60) bzw. einen HP7475-kompatiblen Plotter voraus.

Nach dem Programm-Start erscheint das Programmlogo und das HauptMenü, aus dem eine Hilfe aufgerufen, die Eingabe von Daten oder das Laden einer Datei angefordert, das mathematische oder statistische Bearbeiten eines Datensatzes sowie das Hinzufügen eines Textes gewählt werden kann; im Hinblick auf schulische Laborübungen wurde die zu bearbeitende Datenmenge auf 20 Datenzeilen mit sechs Datenspalten (A, B, C, D, E, F) beschränkt. Das HauptMenü mit den zugehörigen Unter- und FolgeMenüs zeigt das Bild 1.

### Tastenbelegung, gilt für alle folgenden Menues

F1 F2 F3 F4 F5 F6 F7 ESC

#### HauptMenue

Hilfe	Daten	Laden	Grafik	Statist	Text	Drucken	Quit
-------	-------	-------	--------	---------	------	---------	------

#### UnterMenue "Daten"

Wert	Skal.	Einheit	Thema	Init.		Speich.	Quit
------	-------	---------	-------	-------	--	---------	------

#### UnterMenue "Grafik"

Konfig.	Graph 1	Graph 2	Graph 3				Quit
---------	---------	---------	---------	--	--	--	------

#### FolgeMenue "Konfiguration"

Arg.1	Funkt.1	Arg.2	Funkt.2	Arg.3	Funkt.3	Init.	Quit
-------	---------	-------	---------	-------	---------	-------	------

#### FolgeMenue "Grafik"

Regress	Fehler	Matrix					Quit
---------	--------	--------	--	--	--	--	------

#### FolgeMenue "Regression"

lineare	exponen	logarit	Potenz				Quit
---------	---------	---------	--------	--	--	--	------

Bild 1: Menuestruktur der Software "Datenanalyse"

Das UnterMenü "Daten" verlangt die Angabe der Skalierung und der Einheiten und gibt auf einer Bildschirmseite eine Meßtabelle vor, die durch manuelle Dateneingabe beliebig ausgefüllt und mittels "Thema" benannt werden kann. Im UnterMenü "Grafik" stehen nach der Auswahl der Variablen und deren Bezeichnung als Argument und Funktion drei grafische Darstellungen in Form von Punktwolken zur Verfügung; das FolgeMenü "Grafik" bietet die Regression, die Fehlerberechnung und die Ausgabe der Werte an.

Das FolgeMenü "Regression" führt die lineare, exponentielle, logarithmische Regression oder die Potenz-Regression mit den in der Meßtabelle als Argument und Funktion definierten Variablen durch und zeichnet den berechneten Kurvenverlauf in die Punktwolke ein; außerdem besteht die Möglichkeit, den prozentuellen Fehler zwischen den Meßwerten ("richtige Werte") und den gerechneten Werten ("falsche Werte") nach der Überlegung "richtiger Wert = falscher Wert minus Fehler mal falscher Wert" grafisch darzustellen und eine diesbezügliche Wertetabelle aufzurufen.

Sowohl die Meß- als auch die Wertetabelle können mit einem erklärenden Text bis zu 20 Bildschirmzeilen versehen, gespeichert und geladen sowie vierfarbig über einen Farb-Matrixdrucker (Fujitsu DL 2600, NEC P60) oder einen Plotter (HP 7475) ausgegeben werden.

## Anwendungsbeispiel für eine Regression

An einer für optische Zwecke geeigneten Metallfaden-Glühlampe wird die Spannung U (V) und der Strom I (A) mit zwei Digital-Multimetern in spannungsrichtiger Schaltung gemessen und in einem Lichtkanal die in konstanter Entfernung hervorgerufene Beleuchtungsstärke E (lx) bestimmt; die Meßwerte sind in die vorgegebene Meßtabelle eingetragen und durch die berechneten Größen - Widerstand R (Ω) der Glühlampe und ihre aufgenommene Leistung P (W) - ergänzt. Das Bild 2 zeigt diese Tabelle und gibt einen erklärenden Text dazu.

1992 04 22 - 10.01 Metallfaden-Glühlampe DEMO1.DAT

	A E+00 lx	B E+00 V	C E+00 A	D E+00 Ω	E E+00 W	F E+00
1	200	5.99	4.73	1.27	28.3	*
2	190	5.91	4.69	1.26	27.7	*
3	180	5.83	4.65	1.25	27.1	*
4	170	5.73	4.61	1.24	26.4	*
5	160	5.64	4.57	1.23	25.8	*
6	150	5.54	4.53	1.22	25.1	*
7	140	5.44	4.49	1.21	24.4	*
8	130	5.34	4.44	1.20	23.7	*
9	120	5.23	4.39	1.19	23.0	*
10	110	5.12	4.34	1.18	22.2	*
11	100	5.00	4.29	1.17	21.5	*
12	90	4.87	4.23	1.15	20.6	*
13	80	4.73	4.16	1.14	19.7	*
14	70	4.58	4.09	1.12	18.7	*
15	60	4.42	4.01	1.10	17.7	*
16	50	4.24	3.92	1.08	16.6	*
17	40	4.03	3.81	1.06	15.4	*
18	30	3.81	3.71	1.03	14.1	*
19	20	3.50	3.54	0.99	12.4	*
20	10	3.06	3.30	0.93	10.1	*

Meßtabelle für die Metallfaden-Glühlampe (Nennwert: 6V/5A)

- A: Beleuchtungsstärke in lx
- B: Spannung in V
- C: Strom in A
- D: Widerstand in Ω
- E: Leistung in W

Die Beleuchtungsstärke wurde in einem Lichtkanal bei konstanter Entfernung bestimmt, Spannung und Strom mit zwei Digital-Multimetern in spannungsrichtiger Schaltung gemessen, Widerstand und Leistung berechnet.

Die Abhängigkeit der Beleuchtungsstärke, der Leistung und des Widerstandes von der Spannung und die Strom-Spannungs-Kennlinie ist zu ermitteln und grafisch darzustellen sowie der relative Fehler zwischen den aus einer zweckmäßigen Regression erhaltenen und den gemessenen Werten zu bestimmen.

Bild 2: Meßtabelle mit berechneten Werten

- \* Origin: Cunnilinguists don't speak too much! (2:310/14.13)
- \* Origin: Das Verkehrsmittel der Zukunft, die Beine (2:310/26)
- \* Origin: DER fantastische Vier --\*> (2:241/7805.4)
- \* Origin: Der Geist ist willig - aber das Fleisch ist knapp (2:240/19.3)
- \* Origin: Der Student geht solange zur Mensa, bis er bricht (2:316/5.5)
- \* Origin: Der Verzweiflung nahe... (2:2401/207.9)
- \* Origin: Der Wahnsinn hat Methode !!!! (2:310/60.11)
- \* Origin: DEUTSCHE - Kauft nur DEUTSCHE Bananen!!!!!! (2:249/41.4)

Beleuchtungsstärke

Das Bild 3 zeigt die Abhängigkeit der Beleuchtungsstärke E von der angelegten Spannung U in Form einer Punktwolke und den durch eine Potenz-Regression ermittelten funktionalen Zusammenhang auf; den theoretischen Hintergrund liefert das Stefan-Boltzmannsche Strahlungsgesetz, gemäß dem die abgestrahlte Energie eines schwarzen Körpers von der vierten Potenz seiner absoluten Temperatur abhängt.

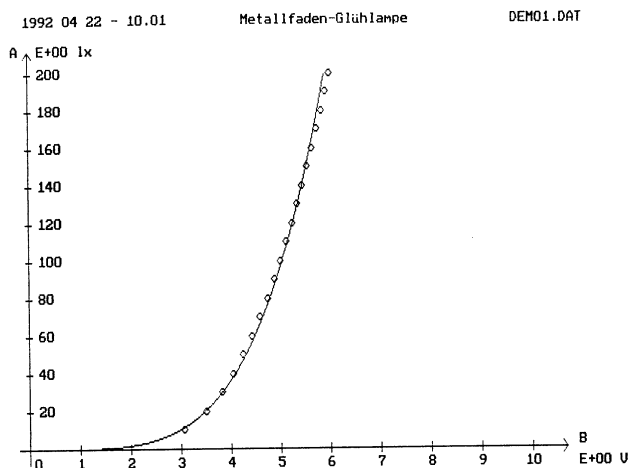


Bild 3: Abhängigkeit der Beleuchtungsstärke von der Spannung mit funktionalem Zusammenhang nach Potenz-Regression

Der sich aus der Potenz-Regression ergebende Zusammenhang wurde nicht auf den Wertebereich der Messung beschränkt, um die Gültigkeit bzw. Ungültigkeit einer Extrapolation aufzuzeigen.

Das Bild 4 stellt den in Prozent angegebenen relativen Fehler im Wertebereich der Messung grafisch dar, der sich aufgrund der Potenz-Regression ergibt; er liegt innerhalb eines technisch zulässigen Toleranz-Bereiches.

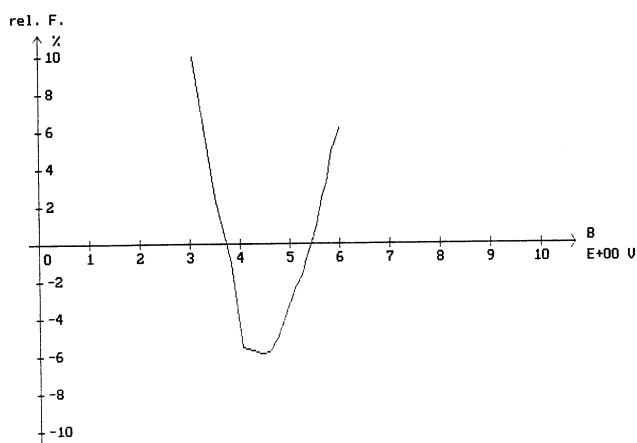


Bild 4: Relativer Fehler der Beleuchtungsstärke aufgrund einer Potenz-Regression in Abhängigkeit der Spannung

Das Bild 5 gibt die aufgrund der Potenz-Regression erstellte Wertetabelle wieder und führt den funktionalen Zusammenhang sowie den Korrelationskoeffizienten  $r^2$  an. Demnach hängt die Beleuchtungsstärke E von der Potenz 4,36 der Spannung U ab; der Korrelationskoeffizient  $r^2 = 0,996$  bestätigt eine sehr gute Kurvenanpassung.

Unter der Voraussetzung, daß die Leistung P der Glühlampe mit dem Quadrat der Spannung U zunimmt und die absolute Temperatur T der Leistung P proportional ist, da weder eine Wärmeleitung noch eine Konvektion infolge des in der Glühlampe herrschenden Hochvakuums möglich ist, erwartet man eher eine Abhängigkeit der Beleuchtungsstärke E von der Spannung U mit einer Potenz um den Wert 8. Allerdings wird die von der Glühlampe als unsichtbares Licht (Infrarot) abgestrahlte Energie (Wärme) meßtechnisch nicht erfaßt.

Metallfaden-Glühlampe

	B E+00 U	A E+00 lx	A_Regr E+00 lx	rel. F. %
1	3.06	10	11.4	12.5
2	3.50	20	20.5	2.5
3	3.81	30	29.7	-1.0
4	4.03	40	37.9	-5.5
5	4.24	50	47.3	-5.7
6	4.42	60	56.7	-5.8
7	4.58	70	66.2	-5.8
8	4.73	80	76.2	-5.0
9	4.87	90	86.5	-4.1
10	5.00	100	97.0	-3.1
11	5.12	110	108	-2.3
12	5.23	120	118	-1.7
13	5.34	130	129	-0.6
14	5.44	140	140	0.0
15	5.54	150	152	1.1
16	5.64	160	164	2.4
17	5.73	170	176	3.2
18	5.83	180	189	4.9
19	5.91	190	201	5.4
20	5.99	200	213	6.1

$A_{Reg} = 0,088 * B^{4,36}$   $r^2 = 0,996$

Bild 5: Wertetabelle und funktionaler Zusammenhang nach Potenz-Regression für die Beleuchtungsstärke in Abhängigkeit der Spannung

- \* Origin: Die Axt im Haus... (2: 2400/26.6)
- \* Origin: Die Wuerfel sind gefallen! (2: 248/222.6)
- \* Origin: Don't panic - pas de panique - Panik nicht (2: 240/1.12)
- \* Origin: Don'T touch that ZyXEL, it's hot... (2: 245/819.14)
- \* Origin: DRWATSON verursacht allgemeine Schutzverletzung bei (2: 248/115.16)
- \* Origin: Dumb Heads Do Dumb Things... (2: 241/7803.2)
- \* Origin: Ein kluger Kopf passt unter keinen Stahlhelm (2: 2403/45.5)
- \* Origin: Ein Mann wie ein Baum.....man nannte ihn BONSAI (2: 242/14.7)
- \* Origin: Ein Wort hat weniger Aussagekraft als 10<sup>-3</sup> Bilder (2: 310/72.2)
- \* Origin: Endlich ZUZZLN statt ZAPPLN ! (2: 310/27.6)
- \* Origin: Eratosthenes, grch. Gelehrter, \*290v. Chr., +214v. Chr. (2: 2405/6.23)
- \* Origin: Ergebt Euch dem Wahnsinn !!! (2: 310/60.11)
- \* Origin: ERROR 0815 Mainboard not found.... (2: 249/70.12)
- \* Origin: ERROR#1: NO POWER ON (2: 2403/12.3)
- \* Origin: ERROR#1: POWER NOT ON (2: 2403/12.3)
- \* Origin: Es kann nur einen geben ... (2: 246/147.15)
- \* Origin: Es schreibt: Zerstr. Prof. Alexander Talos (2: 310/39)
- \* Origin: Fast ueberall bist DU der Auslaender !! (2: 241/7708.7)

Leistung

Das Bild 6 veranschaulicht die von der Metallfaden-Glühlampe in Abhängigkeit der Spannung U aufgenommene Leistung P; die Meßwerte sind als Punktwolke eingetragen und der sich nach Potenz-Regression ergebende funktionale Zusammenhang eingezeichnet. Die Potenz-Regression findet ihre Begründung darin, daß die Leistung P bei konstantem Widerstand R vom Quadrat der Spannung U abhängt. Ob der Widerstand R einer Metallfaden-Glühlampe tatsächlich von der Spannung U unabhängig ist, kann eine weitere Datenanalyse entscheiden.

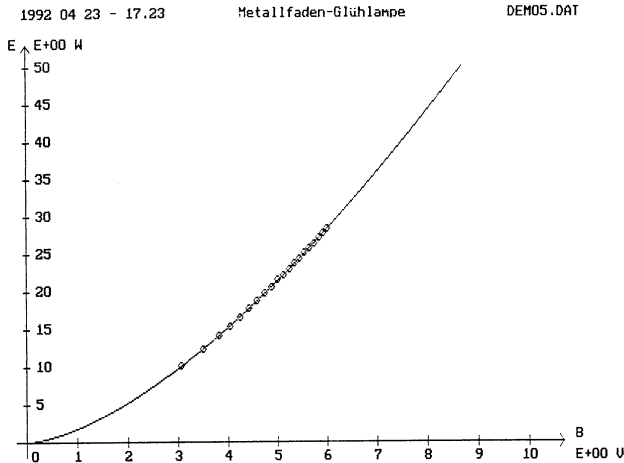


Bild 6: Leistung einer Metallfaden-Glühlampe in Abhängigkeit der Spannung

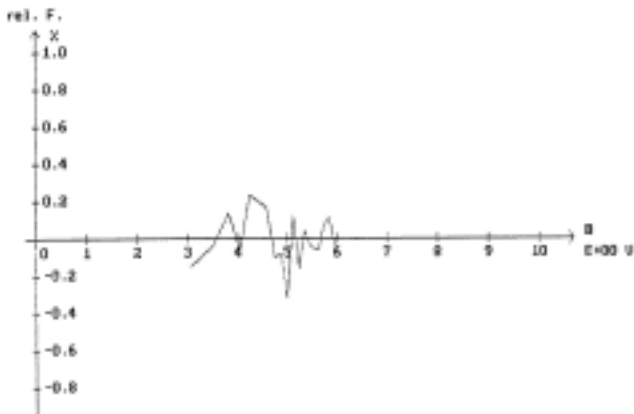


Bild 6a: Relativer Fehler der Leistung einer Metallfaden-Glühlampe in Abhängigkeit der Spannung

Das Bild 7 zeigt die aufgrund einer Potenz-Regression ermittelten Werte und den dabei entstehenden relativen Fehler in Tabellenform auf und führt den funktionalen Zusammenhang zwischen Spannung U und Leistung P einer Glühlampe an. Der relative Fehler liegt unter jedem technisch diskutierbaren Wert. Entgegen der zu erwartenden Potenz 2 ermittelt die Regression nur den Wert 1,54 bei einem Korrelationskoeffizienten  $r^2 = 1,000$  - also eine theoretisch ideale Kurvenanpassung.

Der Faktor 1,81 kennzeichnet den Leitwert (S) der Glühlampe bei einer Spannung von 1 V; das entspricht dem Wert im kalten Zustand.

Die Ursache in diesem Unterschied zwischen Theorie und Praxis liegt in dem Umstand begründet, daß die von Spannungsänderungen verursachten Temperaturänderungen den Widerstand des Metallfadens ändern und damit eine Abhängigkeit des Widerstandes von der Spannung bewirken.

Metallfaden-Glühlampe

	B E+00 U	E E+00 W	E_Regr E+00 W	rel. F. %
1	3.06	10.1	10.1	-0.2
2	3.50	12.4	12.4	-0.0
3	3.81	14.1	14.1	0.1
4	4.03	15.4	15.4	-0.1
5	4.24	16.6	16.6	0.2
6	4.42	17.7	17.7	0.2
7	4.58	18.7	18.7	0.2
8	4.73	19.7	19.7	-0.1
9	4.87	20.6	20.6	-0.1
10	5.00	21.5	21.4	-0.3
11	5.12	22.2	22.2	0.1
12	5.23	23.0	23.0	-0.2
13	5.34	23.7	23.7	0.0
14	5.44	24.4	24.4	-0.0
15	5.54	25.1	25.1	-0.1
16	5.64	25.8	25.8	-0.1
17	5.73	26.4	26.4	0.1
18	5.83	27.1	27.1	0.1
19	5.91	27.7	27.7	0.0
20	5.99	28.3	28.3	-0.1

$E_{Reg} = 1.81 * B^{1.54}$

$r^2 = 1.000$

Bild 7: Wertetabelle der Leistung einer Glühlampe in Abhängigkeit der Spannung

- \* Origin: Fatal application error - please replace user (2: 2402/335)
- \* Origin: Fenster zu, es zieht !! (2: 310/30.27)
- \* Origin: FidoNet-Berlin, the light of the planet (2: 2403/10)
- \* Origin: FidoUser sind immer etwas schlauer (2: 249/105.5)
- \* Origin: FRED-BOX - man goennt sich ja sonst nichts! (2: 249/5.0)
- \* Origin: Frustrated ? Try Ctrl -Alt -Del. (2: 249/31)
- \* Origin: Garfi el ds Lasagnebox [Wi en-4020721] //onl ine (2: 310/22)
- \* Origin: Gebt Nazis keine Chance!!!!!! (2: 242/21.4)
- \* Origin: Geht hinaus in die Welt und erzaehlt allen von BTX (2: 310/3.17)
- \* Origin: Gesellschaft zur Rettung bedrohter Rechner (2: 241/3420.21)
- \* Origin: GET STONED - DRINK WET CEMENT... (2: 245/31.19)

Widerstand

Der Widerstand R einer Metallfaden-Glühlampe scheint von der Spannung U abhängig zu sein; eine solche Vermutung läßt sich durch Datenanalyse klären, denn theoretisch ist der Widerstand R eines Elektronenleiters (Metall) von Spannung U und Strom I unabhängig. Das Bild 8 stellt den Widerstand R in Abhängigkeit der Spannung U als Punktwolke dar, in die das Ergebnis einer Potenz-Regression eingezeichnet ist. Die Potenz-Regression findet in der bekannten Beziehung für die Temperaturabhängigkeit des Widerstandes

$$R_0 = R_{20} \cdot [1 + \alpha_{20} \cdot (\vartheta - 20) + \beta_{20} \cdot (\vartheta - 20)^2]$$

ihre Begründung.

Das Bild 9 bringt die Wertetabelle mit dem funktionalen Zusammenhang zwischen dem Glühlampen-Widerstand R und der Spannung U unter Angabe des relativen Fehlers; letzterer nimmt im gesamten Bereich Werte an, die ohne jede technische Bedeutung sind. Die Kurvenanpassung mit einem Korrelationskoeffizienten  $r^2 = 1,000$  ist als ausgezeichnet zu bewerten.

In der angeführten Regressionsbeziehung stellt der Faktor 0,558 den Widerstand (Ω) der Glühlampe bei einer Spannung von 1 V dar. Setzt man in die Leistungsformel  $P = U^2/R$  den aus der Potenz-Regression erhaltenen Ausdruck für die Abhängigkeit des Widerstandes R von der Spannung U ein, so erhält man die aus der Potenz-Regression gewonnene Beziehung für die Leistung P in Abhängigkeit der Spannung U; das bestätigt die folgende Rechnung mit hinreichender Genauigkeit.

$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{U^2}{0,558 \cdot U^{0,458}} = 1,79 \cdot U^{1,54}$$

Metallfaden-Glühlampe

	B E+00 V	D E+00 Ω	D_Regr E+00 Ω	rel. F. %
1	3.06	0.93	0.931	0.1
2	3.50	0.99	0.990	0.0
3	3.81	1.03	1.03	-0.0
4	4.03	1.06	1.06	-0.3
5	4.24	1.08	1.08	0.1
6	4.42	1.10	1.10	0.2
7	4.58	1.12	1.12	0.0
8	4.73	1.14	1.14	-0.3
9	4.87	1.15	1.15	0.2
10	5.00	1.17	1.17	-0.3
11	5.12	1.18	1.18	-0.1
12	5.23	1.19	1.19	0.0
13	5.34	1.20	1.20	0.1
14	5.44	1.21	1.21	0.2
15	5.54	1.22	1.22	0.2
16	5.64	1.23	1.23	0.2
17	5.73	1.24	1.24	0.1
18	5.83	1.25	1.25	0.1
19	5.91	1.26	1.26	-0.1
20	5.99	1.27	1.27	-0.3

$$D_{Reg} = 0.558 * B^{0.458}$$

$$r^2 = 1.000$$

Bild 9: Wertetabelle und funktionaler Zusammenhang des Widerstandes einer Glühlampe mit der Spannung

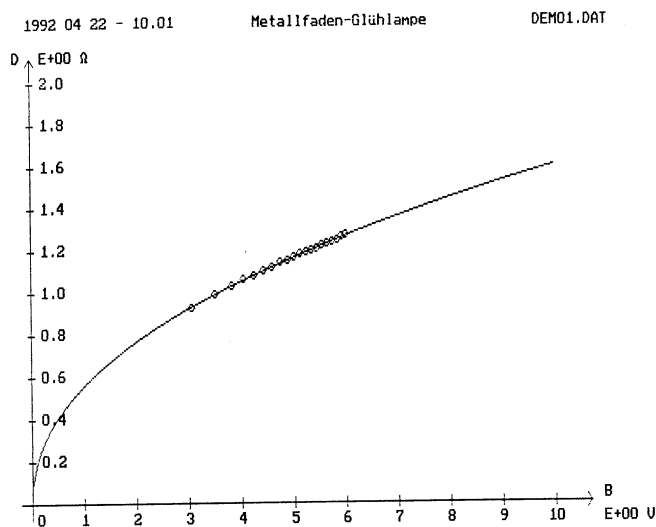


Bild 8: Widerstand der Glühlampe in Abhängigkeit der Spannung

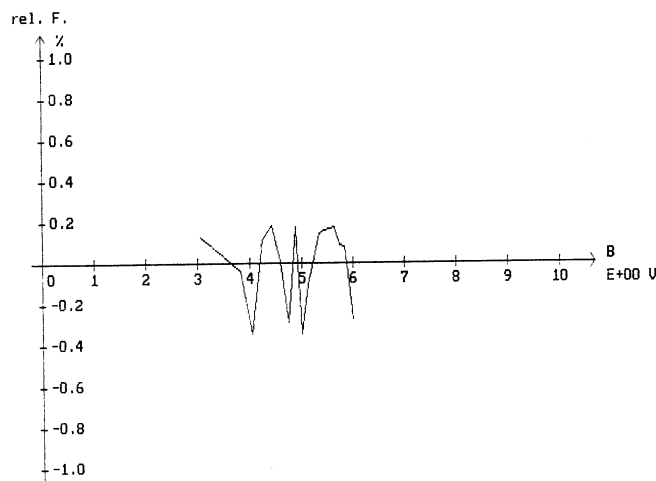


Bild 8a: Relativer Fehler des Widerstandes der Glühlampe in Abhängigkeit der Spannung

\* Origin: God is real - unless declared integer. (2: 310/38. 4)  
 \* Origin: Grüße aus dem oberen Feistritztal (2: 316/3. 26)  
 \* Origin: Half of what I say is meaningless (2: 241/4520. 13)  
 \* Origin: Hardware ist das, was beim Hinfallen scheppert! (2: 248/222. 6)

Strom-Spannungs-Kennlinie

Das Bild 10 veranschaulicht die Strom-Spannungs-Kennlinie der Metallfaden-Glühlampe, die aufgrund des Ohmschen Gesetzes eine Gerade durch den Ursprung des Koordinatensystems sein soll; Bild 10a ist der relative Fehler der Meßwerte bezogen auf die Potenz-Regression.

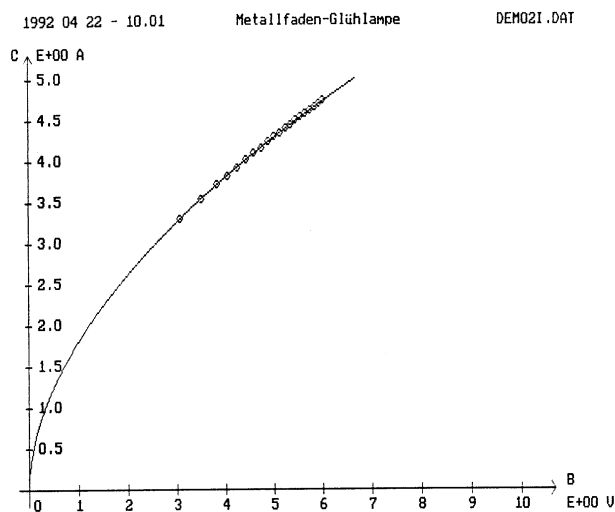


Bild 10: Strom-Spannungs-Kennlinie der Metallfaden-Glühlampe

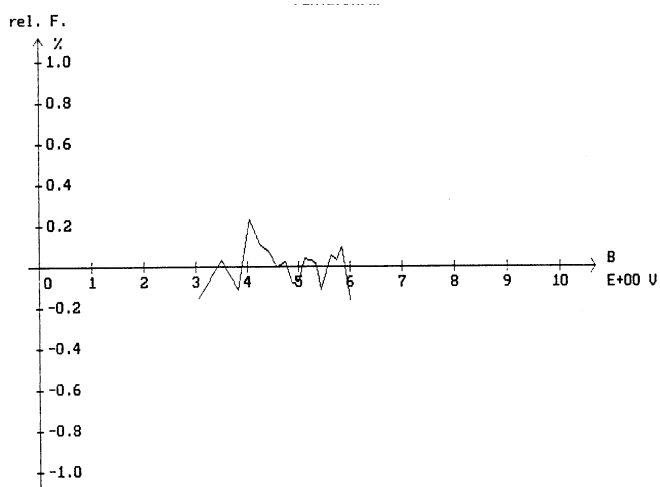


Bild 10a: Relativer Fehler der Strom-Spannungs-Kennlinie der Metallfaden-Glühlampe

Das Bild 11 gibt die Wertetabelle aus einer Potenz-Regression mit dem vom Personalcomputer ausgegebenen Begleit-Text wieder.

Setzt man in das Ohmsche Gesetz  $U = I \cdot R$  die aus den Regressionen erhaltenen Beziehungen für den Strom  $I$  und den Widerstand  $R$  ein, so liegt mit technisch genügender Genauigkeit Übereinstimmung vor.

$$U = I \cdot R = 1,81 \cdot U^{0,536} \cdot 0,558 \cdot U^{0,458} = 1,01 \cdot U^{0,994} \approx U$$

Metallfaden-Glühlampe

	B E+00 U	C E+00 A	C_Regr E+00 A	rel. F. %
1	3.06	3.30	3.30	-0.1
2	3.50	3.54	3.54	0.0
3	3.81	3.71	3.71	-0.1
4	4.03	3.81	3.82	0.2
5	4.24	3.92	3.92	0.1
6	4.42	4.01	4.01	0.1
7	4.58	4.09	4.09	-0.0
8	4.73	4.16	4.16	0.0
9	4.87	4.23	4.23	-0.1
10	5.00	4.29	4.29	-0.1
11	5.12	4.34	4.34	0.0
12	5.23	4.39	4.39	0.0
13	5.34	4.44	4.44	0.0
14	5.44	4.49	4.48	-0.1
15	5.54	4.53	4.53	-0.0
16	5.64	4.57	4.57	0.1
17	5.73	4.61	4.61	0.0
18	5.83	4.65	4.65	0.1
19	5.91	4.69	4.69	-0.0
20	5.99	4.73	4.72	-0.2

$$C_{Reg} = 1.81 * B^{0.536} \quad r^2 = 1.000$$

Gemäß des Ohmschen Gesetzes stellt die Strom-Spannungs-Kennlinie eines Elektronenleiters (Metall) eine Gerade durch den Koordinatenursprung dar; hingegen weicht das gemessene Strom-Spannungs-Diagramm der Metallfaden-Glühlampe exzessiv von diesem Sachverhalt ab.

Die Potenz-Regression liefert den Spannungs-Exponenten 0,536 und den Faktor 1,81, der den Leitwert bei der Spannung 1 V bedeutet.

Der Korrelationskoeffizient 1,000 kennzeichnet beste Kurvenanpassung; dies bestätigt auch der im Promille-Bereich liegende relative Fehler zwischen Messung und Rechnung.

Bild 11: Wertetabelle mit Begleit-Text der Strom-Spannungs-Kennlinie einer Metallfaden-Glühlampe

- \* Origin: HD-failure: Water detected in drive #01 (2: 316/42. 11)
- \* Origin: He who has the gold makes the rules. (2: 310/72. 13@fi donet.org)
- \* Origin: Helden gibt es viele, gute Drachen sind rar! (2: 316/3. 22)
- \* Origin: Heute mache ich mal, was ich will. Nichts (2: 240/540. 4)
- \* Origin: Hilfe, mein Compi versteht mich nicht. (2: 248/203. 5)
- \* Origin: Hmmm. In your CONFIG.SYS you MUST specify BUGS=OFF. (2: 316/602. 106)
- \* Origin: Hoer auf zu lesen! Ab hier kommt nix mehr (2: 2402/122. 2)
- \* Origin: I can resist anything but temptation. (2: 310/19. 4)
- \* Origin: I fought the law and I won! (2: 310/39. 3)

# Anwendungsbeispiel für eine statistische Auswertung

Der Norm-Blutdruck Jugendlicher soll aus den Blutdruckwerten der Schülerinnen und Schüler, Alter 18 bis 20 Jahre, bestimmt und Zusammenhänge aufgrund statistischer Aussagen ermittelt werden. Das Bild 12 stellt die nach der oszillometrischen Methode mit der Hard- und Software "Elektronische Blutdruckmessung" erfaßten systolischen und diastolischen Werte (mmHg) tabellarisch dar und das Bild 13 gibt die Ergebnisse der statistischen Auswertung wieder.

Blutdruck    systolisch    diastolisch    Differenz

Burschen            A            B            C  
Mädchen            D            E            F

1992 04 25 - 13.19                      Blutdruck (mmHg)                      DEM03.DAT

	A E+00	B E+00	C E+00	D E+00	E E+00	F E+00
1	124	70	54	108	64	44
2	122	68	54	112	66	46
3	126	72	54	112	60	52
4	134	64	70	110	60	50
5	132	68	64	108	62	46
6	122	70	52	112	66	46
7	116	62	54	110	66	44
8	114	66	48	100	64	36
9	116	62	54	*	*	*
10	114	68	46	*	*	*
11	118	64	54	*	*	*
12	114	66	48	*	*	*
13	112	64	48	*	*	*
14	130	72	58	*	*	*
15	122	66	56	*	*	*
16	*	*	*	*	*	*
17	*	*	*	*	*	*
18	*	*	*	*	*	*
19	*	*	*	*	*	*
20	*	*	*	*	*	*

Bild 12: Systolische und diastolische Blutdruckwerte

Die Burschen weisen mit 121/66,8 mmHg gegenüber den Mädchen mit 109/63,5 mmHg höhere systolische Blutdruck-Mittelwerte bei einer größeren Streuung auf. Zwischen dem systolischen und dem diastolischen Blutdruck der Burschen ( $r_{xy} = 0,455$ ) besteht eine geringe lineare Abhängigkeit, während diese bei den Mädchen ( $r_{xy} = 0,0000$ ) vollständig fehlt.

Die Blutdruckamplitude - die Differenz zwischen dem systolischen und dem diastolischen Wert - bestimmt vorwiegend der systolische Blutdruck ( $r_{xy} = 0,885$  bei Burschen,  $r_{xy} = 0,842$  bei Mädchen). Die Mädchen besitzen mit 45,5 mmHg eine geringere mittlere Blutdruckamplitude als die Burschen mit 54,3 mmHg bei fast gleicher Streuung.

Diese aus wenigen Stichproben hergeleiteten Aussagen dürfen nicht auf die Allgemeinheit übertragen werden.

Die berechneten Blutdruck-Mittelwerte stimmen mit den Angaben in der medizinischen Literatur grundsätzlich überein, denn dort wird angeführt, daß 90% der männlichen Jugendlichen im Alter von 18 Jahren den Blutdruck RR = 145/90 mmHg und 90% der weiblichen Jugendlichen desselben Alters den Blutdruck RR = 140/90 mmHg nicht überschreiten; die Abkürzung RR bedeutet, daß der Blutdruck nach dem Verfahren von Riva-Rocci gemessen wurde. Die Blutdruckamplitude soll mindestens 40 mmHg betragen.

Statistische Auswertungen

Meßreihe X : A	$\bar{x} = 121$	$s_x = 7.05$	$U_x = 5.82 \%$
Meßreihe Y : B	$\bar{y} = 66.8$	$s_y = 3.28$	$U_y = 4.91 \%$
	$s_{xy} = 10.5$	$r_{xy} = 0.455$	
Meßreihe X : C	$\bar{x} = 54.3$	$s_x = 6.27$	$U_x = 11.6 \%$
Meßreihe X : D	$\bar{x} = 109$	$s_x = 4.00$	$U_x = 3.67 \%$
Meßreihe Y : E	$\bar{y} = 63.5$	$s_y = 2.56$	$U_y = 4.04 \%$
	$s_{xy} = 0.0000$	$r_{xy} = 0.0000$	
Meßreihe X : F	$\bar{x} = 45.5$	$s_x = 4.75$	$U_x = 10.4 \%$

Bild 13a: Norm-Blutdruck Jugendlicher, Ergebnisse der statistischen Auswertung

Statistische Auswertungen

Meßreihe X : A	$\bar{x} = 121$	$s_x = 7.05$	$U_x = 5.82 \%$
Meßreihe Y : C	$\bar{y} = 54.3$	$s_y = 6.27$	$U_y = 11.6 \%$
	$s_{xy} = 39.1$	$r_{xy} = 0.885$	
Meßreihe X : B	$\bar{x} = 66.8$	$s_x = 3.28$	$U_x = 4.91 \%$
Meßreihe Y : C	$\bar{y} = 54.3$	$s_y = 6.27$	$U_y = 11.6 \%$
	$s_{xy} = -0.229$	$r_{xy} = -0.0111$	
Meßreihe X : D	$\bar{x} = 109$	$s_x = 4.00$	$U_x = 3.67 \%$
Meßreihe Y : F	$\bar{y} = 45.5$	$s_y = 4.75$	$U_y = 10.4 \%$
	$s_{xy} = 16.0$	$r_{xy} = 0.842$	
Meßreihe X : E	$\bar{x} = 63.5$	$s_x = 2.56$	$U_x = 4.04 \%$
Meßreihe Y : F	$\bar{y} = 45.5$	$s_y = 4.75$	$U_y = 10.4 \%$
	$s_{xy} = -6.57$	$r_{xy} = -0.540$	

Bild 13b: Norm-Blutdruck Jugendlicher, Ergebnisse der statistischen Auswertung

- \* Origin: I hätt so gern an PENTIUM und a 10GB-PI ottn... (2: 316/602. 43)
- \* Origin: I KAN EUCH SOGN, COMPUTER SETZT SI NIE DURCH (2: 316/5. 17)
- \* Origin: I Love To Hate You (2: 313/9. 13)
- \* Origin: I think I hate MS-DOS 1.10 (2: 316/7. 7)
- \* Origin: i486 today - pentium tomorrow ! (2: 241/2008. 20)
- \* Origin: IBM = Immer Besser Manuel I (2: 240/30. 12)
- \* Origin: Ich bin ein freundlicher WIENER !! (2: 310/60. 11)
- \* Origin: Ich bin Realist - deshalb glaube ich an JESUS ... (2: 241/1103. 5)
- \* Origin: Ich bin stolz nicht "...stolz ein Deutscher zu sein". (2: 240/530. 19)
- \* Origin: Ich brauch alle Zeit der Welt... (2: 310/73. 2)
- \* Origin: Ich denke - also bin ich hier falsch. (2: 249/87. 8)
- \* Origin: Ich hab keinen Computer, nur einen 286er. (2: 310/27. 14)