

AMMU, Arbeitsgruppe Moderner Mathematikunterricht

Peter Schüller, AMMU

Die letzten Jahre haben **markante Entwicklungen auf dem Gebiet der elektronischen Arbeitshilfen** für Mathematik mit sich gebracht. Die bisher kaum vorstellbare Leistungsfähigkeit der neuesten Taschenrechnergenerationen, das Auftauchen von ungemein leistungsfähigen und bereits relativ komfortabel handhabbaren Computer-Algebra-Systemen sowie die laufend (auch für Schüler) erschwinglicher werdende **HARDWARE** haben eine Entwicklung eingeleitet, an welcher der Mathematikunterricht mit Sicherheit nicht vorbeigehen kann und es wohl auch nicht darf.

Aus diesem Anlaß hat das Bundesministerium für Unterricht und Kunst für den Bereich der Höheren Technischen Lehranstalten eine **österreichweite Arbeitsgruppe** ins Leben gerufen, die die **Aufgabe** hat, sich mit den **Auswirkungen dieser Entwicklungen auf den Unterricht** auseinanderzusetzen.

Sie hat die Aufgabe, **didaktische Inhalte und Ziele auszuarbeiten**, die diesen neuen Medien gerecht werden können, und Überlegungen anzustellen, wie und in welchem Ausmaß diese Mittel im Mathematikunterricht der Zukunft sinnvoll eingebaut werden können. Ferner soll die Gruppe bei Kollegen, die mit diesen Medien noch nicht vertraut sind, das Interesse fördern und die nötigen **Einstiegshilfen bereitstellen**. Die Arbeitsgruppe ist weiters als **offenes Forum** gedacht, in welchem Kollegen, die in diesen Bereichen bereits aktiv sind, ihre schon geleisteten Arbeiten unter Wahrung der Autorenschaft der Allgemeinheit zugänglich machen können.

Dabei ist in keiner Weise beabsichtigt, die "klassische Mathematik" ad acta zu legen oder den bestehenden Unterricht völlig umzugestalten. Die Gruppe hat vielmehr das Ziel, unter gleichmäßiger Beachtung unterschiedlicher Mittel (PC, Taschenrechner, Videorecorder, Overheadprojektoren), **Ideen anbieten** und mögliche **Ergänzungen zum normalen Unterricht aufzeigen**. Dabei will sie auch Kollegen, die hier Neuland betreten, in das Arbeiten mit modernen Medien einführen und für Interessierte als Ansprechpartner zur Verfügung stehen. So sollte es möglich sein, Schwellenängsten abzubauen und ein möglichst hohes Maß an Hilfe anzubieten.

Hauptziel ist das **Erarbeiten inhaltlicher Konzepte**, die von einer bestimmten Hard- und Software unabhängig sind, also die völlige Orientierung an den inhaltlichen Möglichkeiten, welche die modernen Medien bieten. Bestimmte angesprochene Software-Produkte dienen lediglich der konkreten Darbietung der Musterausarbeitungen, damit diese unmittelbar nachvollzogen werden können.

Jedes Jahr werden **zwei Aussendungen folgenden Inhaltes** versandt: mindestens 6 konkrete Musterausarbeitungen zu Themenbereichen aus dem praktischen Unterricht (jeder Beitrag bedient sich der angesprochenen Medien), dazu ein begleitender didaktisch-methodischer Artikel als vertiefender Rahmen, weiters eine Diskette, die Daten und gegebenenfalls selbsterstellte Software enthält. Der Schwerpunkt der Beiträge liegt naturgemäß, wenn auch nicht ausschließlich, bei Lehrinhalten, welche die Höheren Technischen Lehranstalten betreffen. Im Laufe der nächsten Jahre soll so eine recht umfangreiche Sammlung von Arbeitsunterlagen entstehen.

Zur Zeit (Oktober 93) beziehen **309 Lehrer in Österreich** und **4 Institute im Ausland** die Aussendungen der Arbeitsgruppe. Unter den 309 inländischen Beziehern befinden sich auch etwa 30 Lehrer aus dem Bereich der AHS und 5 Hochschulinststitute für Mathematik. **Bis dato** erfolgten **3 Aussendungen** in halbjährlichen Abständen (Oktober 92, Mai 93, Oktober 93) mit insgesamt **21 methodischen und 3 didaktischen Beiträgen**, dies ist ein Gesamtumfang von ca. 240 Seiten. Eine detailliertere Inhaltsübersicht finden Sie am Ende dieses Artikels. Die einzelnen Arbeiten beschäftigten sich mit konkreten Einsätzen der Medien **Computeralgebra, Tabellenkalkulation, selbstverfertigter Software, programmierbare Taschenrechner, Overheadfolien und Videorekorder**. Jede Aussendung war zusätzlich mit einer Diskette versehen, die notwendige Daten und Programme zu den Aussendungen enthielten.

Die **Mitglieder der Arbeitsgruppe**, allesamt Mathematiklehrer an Höheren Technischen Lehranstalten, sind zur Zeit:
Gruber Martin, Prof. Mag. (HTL Klagenfurt)

Pichler Roland, Prof. Mag. (HTL Kapfenberg)
Rohm Wilfried, Prof. Mag. (HTL Saalfelden)
Schweitzer Christian, Prof. Mag. (TGM - Wien)
Schüller Peter, Prof. Mag. Dr. (HTL Mödling)
Dir. DI. Dr. Weissenböck Martin (HTL Wien 4)

Betreuung durch das Bundesministerium:

DI. Dr. Christian Dorninger

Kontaktadresse:

Peter SCHÜLLER
Arbeitsgruppe Moderner Mathematikunterricht
2351 Wr. Neudorf, Reisenbauerring 6 /1/35
Tel.: 022 36 / 22 602

Unter dieser Adresse können die Aussendungen der Arbeitsgruppe bestellt werden. Die **Aussendungen** sind **kostenlos**, lediglich für die **Diskette** ist jeweils nach Erhalt ein Kostenersatz in der Höhe von **S 40.-** zu entrichten. Es sind auch Nachbestellungen der bereits erschienenen Ausgaben möglich, in diesem Falle müssen jedoch die Kopier- und Versandkosten in der Höhe von S 100.- je nachbestellter Ausgabe verrechnet werden.

Ebenso besteht auch die Möglichkeit der Kontaktaufnahme für Personen, die eventuell im Rahmen einer Aussendung selbst einen Beitrag veröffentlichen wollen. Die Arbeitsgruppe ist an einer Vielzahl von guten Beiträgen verschiedener Autoren interessiert, um ein möglichst breitgestreutes Spektrum anbieten zu können. Die Auswahl der Beiträge, die veröffentlicht werden, erfolgt in den halbjährlich stattfindenden Arbeitssitzungen.

In der Folge eine Übersicht über die bereits erschienenen Ausgaben:

Aussendung 1 - Oktober 92

1) Kurvendiskussion von Biegelinien (Roland Pichler - *DERIVE*): Die elastische Linie eines halbeingespannten, durch eine Kraft F symmetrisch belasteten Trägers mit Auflager setzt sich aus zwei Kurven mit verschiedenen Funktionsgleichungen zusammen. Diese sollen auf technisch wichtige Bereiche untersucht werden. Außerdem sind die Steigungen und Krümmungen an der Stelle der einwirkenden Kraft anzugeben.

2) Näherungsweise Lösen von Gleichungen Iterationsverfahren (Peter Schüller - *Taschenrechner*): An Hand einer einfachen Aufgabe aus dem technischen Alltag werden aufbauend verschiedene Methoden zum Lösen algebraischer Gleichungen gegenübergestellt und ihre Vor- und Nachteile ausführlich besprochen. Am Ende sollte auch noch eine direkte Anwendung fertiger SOLVE-Programme von modernen Taschenrechnern stehen. In Rahmen der Entwicklung der einzelnen Methoden bietet sich weiters die Möglichkeit, eventuell vorhandene programmierbare Taschenrechner nach Maßgabe einzusetzen und ihre Handhabung an Hand dieser konkreten Aufgaben zu schulen.

3) Eine erste Einführung in den Begriff "Numerische Stabilität" (Wilfried Rohm - *selbstverfaßte Programme*): Das Thema "numerische Stabilität" kommt im herkömmlichen Mathematikunterricht zu kurz. Es werden im Hinblick auf später zu besprechende, kompliziertere numerische Algorithmen und als Schnittstelle zum EDV-Unterricht die Probleme und Lösungsmöglichkeiten an Hand einfacher Formeln und Iterationen aufgezeigt. Zentrales Thema ist das Problem der "numerischen Auslöschung".

4) Planungsmathematik - Lineare Optimierung (Martin Gruber - *programmierbare Taschenrechner*): Ergebnisse von Optimierungsaufgaben werden in der Technik oft als Entscheidungshilfen eingesetzt. Im Mathematikunterricht des ersten Jahrganges bietet die lineare Optimierung für den zweidimensionalen Fall Gelegenheit, wesentliche Teile des Lehrstoffes und den Einsatz des Taschenrechners in Anwendungsbeispiele einzubinden.

5) Die allgemeine Sinusfunktion (Klaus Scheiber - *Multimedia*): Im vorgestellten Unterrichtsbeispiel werden die mathematischen Zusammenhänge zwischen verschiedenen Koeffizienten und

dem jeweiligen Kurvenverlauf durch ein Computerprogramm visualisiert und demonstriert.

Folgende Möglichkeiten der Darbietung sind denkbar:

- Interaktiver Betrieb mittels Demonstrations-Rechner mit/ohne Einbeziehung von praktischen Übungen durch die Schüler (Abhängig von der Geräteausrüstung!)
- Durcharbeiten der Videoaufzeichnung

Bei beiden Konzeptionen wird der Lehrstoff aktiv mit der Klasse unter Einbeziehung von vorbereiteten Overhead-Transparenten und Hardcopies der Bildschirmhalte erarbeitet bzw. wiederholt.

6) Vektoralgebra (Analyt. Geometrie mit DERIVE)

(Horst Schwarz): Einführung in die Darstellung und Berechnung von Vektoren, Vektorgleichungen, innerem und äußerem Produkt mit Hilfe des Softwarepaketes DERIVE. Anwendung auf einfache, nicht geübte Aufgabenstellungen in Einzelarbeit oder Kleingruppen am PC: Vergleich und Diskussion verschiedener Lösungswege, Folgerungen.

7) Gew. Lin. Differentialgleichung 1. Ordnung (Heinz Stegbauer - selbstverfaßtes Programm):

Für jede der Differentialgleichungen $y' - y = 0$, $y' - y = x$, $y' - y = x^2$, $y' - y = e^x$ und $y' - y = \sin x$ wird ein Ausschnitt des Richtungsfeldes dargestellt, dem anschließend beliebig viele spezielle Lösungen überlagert werden können.

Es werden zwei Einsatzmöglichkeiten empfohlen:

- Nach erstmaliger Einführung in Differentialgleichungen zur Demonstration von Richtungsfeld und speziellen Lösungen.
- Bei Besprechung Gew.Lin. Differentialgleichungen 1.Ordnung zur Demonstration der Wirkung unterschiedlicher Störfunktionen.

8) Auswerten von Meßergebnissen aus Stichproben (Horst Schwarz - SuperCalc):

Vorgabe: Einer Fertigung von Bolzen wird eine Stichprobe vom Umfang $n=120$ entnommen. Es wird der Durchmesser (in mm) gemessen. Die Werte sind in der Reihenfolge der Ermittlung angeführt.

Aufgabenstellung: a) Liegt eine normalverteilte Grundgesamtheit vor? b) Es sollen Schätzungen für μ und σ dieser Grundgesamtheit ermittelt werden.

- Gewinnung von Information über die Verteilung der Grundgesamtheit durch sinnvolle Klassierung der Stichprobenwerte:

- Überprüfung auf das Vorliegen einer Normalverteilung:

- Grafische Ermittlung von Schätzungen für μ und σ im Wahrscheinlichkeitsnetz.

9) Moderne Medien im Mathematikunterricht der Zukunft

(Peter Schüller - Didaktikbeitrag)

Aussendung 2 - Mai 93

1) Taylorreihen und Computereinsatz - 1.Teil (Wilfried Rohm - DERIVE):

Demonstration der Approximation einer Funktion durch ihre Taylorreihe - graphischer Vergleich von Taylorreihen bei Wahl unterschiedlicher Entwicklungspunkte - Berechnung nicht elementar integrierbarer Funktionen.

2) Simplexverfahren (Martin Gruber - Tabellenkalkulation):

Ausgehend von den mit den erforderlichen Informationen beschriebenen linearen Optimierungsproblem wird ein entsprechendes mathematisches Modell, ein Lineares Programm, entwickelt. Das Simplexverfahren bietet dabei eine effiziente Berechnung der zu untersuchenden Basislösungen. Mit Hilfe eines Tabellenkalkulationsprogrammes ist es nun möglich, auch umfangreichere, praxisnahe Aufgabenstellungen für den Schüler transparent durchzurechnen.

3) Funktionen in Parameterdarstellung (Roland Pichler - DERIVE):

Im ersten Beispiel werden bei der gewöhnlichen Zykloide Evolute, Bogenlänge und Flächeninhalt eines Ganges mit Hilfe der Infinitesimalrechnung berechnet. Beim zweiten Beispiel wird die Parameterdarstellung einer Parabel in gedrehter Lage angegeben sowie deren Vertikal- und Horizontaltangente bestimmt.

4) Fourier - Reihen (Gerald Kaiser - DERIVE):

Es werden periodische Funktionen zunächst "händisch" in Fourierreihen entwickelt. Den Schülern wird hier klar, welcher enormer Rechenaufwand für komplizierte Aufgaben notwendig ist und daß eine grafische Darstellung der Reihe viel zu aufwendig ist. Mit Hilfe eines CAS wird nun nicht nur die Berechnung vereinfacht, sondern vor allem auch eine übersichtliche graphische Darstellung ermöglicht.

5) Programmierbare SHARP-Rechner im Unterricht (Erich Zott - BASIC-programmierbare Taschenrechner):

An einem konkreten Beispiel wird der Einsatz BASIC-programmierbarer Taschenrechner demonstriert. Koll. Zott stellt dabei eine Programmsammlung vor, die er mit den Schülern entwickelt, regelmäßig benützt und im Laufe der 4 Jahrgänge ständig ausbaut.

6) Differentialgleichungen der Elektrotechnik (Horst Schwarz - DERIVE):

Einführende Beschreibung des Typus der Aufgabenstellung und Erläuterung der Methode, den mathematischen Lösungsansatz zu finden. - Einsatz der DERIVE-Hilfsdateien ODE1.MTH und ODE2.MTH, um die Lösungen spezieller Aufgabenstellungen zu finden. - Herleitung der allgemeinen Lösungen für die freie gedämpfte elektrische Schwingung und die erzwungenen elektrische Schwingung mit Hilfe von DERIVE. Einsetzen spezieller Werte für die einzelnen Fälle; graphische Darstellung der Lösungsfunktionen. - Hinweis auf andere Lösungsmethoden, die nicht in diesem Beitrag behandelt werden.

7) Die Notebooks des BMFK im Unterricht - Einsatz- und Organisationsformen (Peter Schüller - Didaktikbeitrag):

Der Artikel setzt sich mit den Einsatzformen dieser Geräte im praktischen Unterricht auseinander. Es sollen Ideen aufgezeigt werden, welche Möglichkeiten die neuen Geräte bieten, um den Unterricht effizienter und interessanter zu gestalten.

Aussendung 3 - Oktober 93

1) Numerische Integration (Roland Pichler - selbstgestelltes Programm [Turbo-PASCAL]):

Verschiedene Möglichkeiten der numerischen Integration werden gezeigt. Dabei werden die relativen Genauigkeiten der einzelnen Verfahren mit Hilfe des PC gegenübergestellt.

2) Iteratives Lösungsverfahren für eine Differentialgleichung (Friedrich Kliement - Tabellenkalkulation [Excel 4.0]):

Eine Aufgabe, die bei exakter Behandlung auf eine Differentialgleichung führt, wird in Iterationsschritten näherungsweise gelöst. Bei jedem Schritt wird eine Variable, die sich kontinuierlich ändert, während eines Zeitintervalls konstant gehalten. Die exakten und iterativ gefundenen Werte werden in einer Tabelle und einem Diagramm verglichen.

3) Rekonstruktion einer Funktion durch eine Fourier-Reihe

(Gerald Kaiser - DERIVE): Dazu muß das Signal in bestimmten Abständen abgetastet werden. Im folgendem Beispiel geschieht dies, indem man in bestimmten Abständen senkrechte Geraden zeichnet und mit dem Cursor die Koordinaten der Schnittpunkte ermittelt. Die Berechnung der Fourier-Koeffizienten erfolgt numerisch.

4) Vertiefung des Funktionsbegriffes mittels DERIVE (Peter Schüller - DERIVE):

In diesem Beitrag finden Sie einen Weg, mittels eines CAS (ev. auch grafikfähiger Taschenrechner) das Vorstellungsvermögen der Schüler bezüglich mathematischer Funktionen auf eine sehr effiziente, gleichzeitig für Schüler aber auch sehr reizvolle Weise zu schulen.

5) Anwendung der komplexen Rechnung in der Wechselstromtechnik (Franz Thimary/Klaus Scheiber - DERIVE):

Anhand zweier einfacher Schaltungsaufgaben aus der Wechselstromtechnik soll dem Schüler die Anwendung der komplexen Rechenmethode demonstriert werden.

6) Taylorreihen und Computereinsatz - Teil 2 (Wilfried Rohm - selbstgestellte Programme [Turbo-PASCAL]; programmierbare Taschenrechner; DERIVE):

Zunächst wird am einfacheren Beispiel der Sinusfunktion unter Ausnutzung der Periodizität ein Algorithmus zur Berechnung von $\sin(x)$ für beliebige x mit Hilfe der Taylorreihe um $x=0$ hergeleitet. Danach wird der etwas schwierigere Fall der Exponentialfunktion untersucht, wobei dort das Problem der numerischen Stabilität wegen numerischer Auslöschung zur Entwicklung eines numerisch stabilen Algorithmus führt. Die Aufgabenstellungen sollten von Schülern selbstständig (nach Anleitung) gelöst werden können. Der Artikel kann auch als Grundlage für Schülerreferate verwendet werden.

Schluß auf der nächsten Seite, rechts unten

Vektoralgebra (Analyt. Geometrie mit DERIVE)

Horst Schwarz, HTBL Wien-10

DSK-372\AMMU.LZH

Mathematische Inhalte:

Vektoralgebra im 3-dimensionalen Raum

Anwendung:

Anwendung der Vektoralgebra (Betrag eines Vektors, Skalarprodukt, Vektorprodukt, vektorielle Darstellung einer Geraden im Raum) auf einfache Dreiecksberechnungen.

Kurzzusammenfassung:

1. Einführung in die Darstellung und Berechnung von Vektoren, Vektorgleichungen, innerem und äußerem Produkt mit Hilfe des Softwarepaketes DERIVE.
2. Anwendung auf einfache, nicht geübte Aufgabenstellungen in Einzelarbeit oder Kleingruppen am PC:
geg.: die Koordinaten der Eckpunkte eines Dreiecks im 3-dimensionalen Raum
ges.: die Länge der Seiten, die Größe der Innenwinkel, die Koordinaten des Höhenschnittpunktes, der Winkel zwischen den Flächennormalen auf die Dreiecksfläche und einem gegebenen Vektor.
3. Vergleich und Diskussion verschiedener Lösungswege, Folgerungen.

Lehrplanbezug:

Höhere Lehranstalt für Maschinenbau und Höhere Lehranstalt für Elektronik:

2. Jg. Vektoralgebra und Berechnung des Dreiecks

Höhere Lehranstalt für Elektrotechnik:

2. Jg.: Vektorrechnung und Berechnung des Dreiecks; 4. Jg.: Vektoralgebra

Anmerkung:

Im Lehrplan der HLA f. Elektrotechnik wird im II. Jahrgang unter Algebra "Vektorrechnung (Skalarprodukt)" angeführt, das Vektorprodukt also in die Vektoralgebra des vierten Jahrgangs verschoben. Dies findet auch in den approbierten Lehrbüchern seinen Niederschlag. Für eine sinnvolle Umsetzung mathemat. Wissens in den theoret. Fachgegenständen ist jedoch dieser Zeitpunkt eindeutig zu spät.

Zeitaufwand:

zweimal 2 aufeinanderfolgende Unterrichtseinheiten

Mediales Umfeld:

verwendete Medien: ein PC mit LCD-Overhead-Display und ein Overheadprojektor zur Diskussion der Ergebnisse, je Arbeitsgruppe ein PC und eine formatierte Arbeitsdiskette

verwendete Software: DERIVE Vers. 2.51 (Generallizenz)

Dateinamen auf der Diskette zu diesem Beitrag:
SW_VEALA.MTH (Demofile der Vektorrechnung mit DERIVE),
SW_VEALB.MTH (Dokumentation des Lösungsweges in DERIVE),

Anmerkungen:

Mathematisches Wissen, das ohne tieferes Verständnis nur für Schularbeiten und Prüfungen **gelernt** worden ist, wird relativ leicht **vergessen**. Das Anwenden mathematischer Kenntnisse beim Lösen **nicht geübter** Aufgabenstellungen trägt wesentlich zu einem tieferen Verständnis bei. Durch den Einsatz von Computer-Algebra-Systemen (CAS) wie z. B. DERIVE können auch durchschnittlich motivierte Schüler in vertretbarer Zeit durchaus brauchbare Ergebnisse erzielen, die darüber hinaus mühelos dokumentiert und für die weitere Auswertung auf Diskette gespeichert werden können. Dadurch wird das subjektive Erfolgserlebnis gesteigert und eine objektivere Bewertung möglich. Dort wo es jedoch darum geht, mathematische Standardroutinen für die Anwendung im theoretischen Fachunterricht bereitzustellen, ist DERIVE weniger geeignet. Hier ist der programmierbare Taschenrechner und in zunehmendem Maß der Einsatz von Tabellenkalkulationsprogrammen sinnvoller.

1. Vektordarstellung und -berechnungen mit DERIVE:

Vektoren werden in DERIVE als geordnete Liste von Elementen in eckigen Klammern dargestellt:

$oa := [ax, ay, az], [-3, 2, -1]$.

Das Skalarprodukt wird durch den (Infix-)Operator "." berechnet:

$a.b, [1, 2, 3].[3, 4, 5]$,

das Vektorprodukt muß mit der Funktion CROSS berechnet werden: $CROSS(a, b)$.

Für nähere Informationen wird auf das DERIVE-Handbuch [1], Seite 133 ff verwiesen.

Um nicht deklarierte Variable (so wie oben $oa := [ax, ay, az]$) mit mehr als einem Buchstaben Länge verwenden zu können, muß mit **OPTION/INPUT/WORD** auf den **WORD-Eingabemodus** umgeschaltet werden [1], Seite 42

Beispiel siehe nächste Seite.

2. Anwendung der Vektoralgebra auf einfache Dreiecksberechnungen im 3-dimensionalen Raum:

Unter der Voraussetzung, daß die Schüler

- mit dem Softwarepakete DERIVE grundlegend umgehen können,
- mit Dreiecksberechnungen in der Ebene vertraut sind und
- die Grundbegriffe der Vektorrechnung und deren Anwendung in DERIVE, wie unter Punkt 1 erläutert, beherrschen,

können eine odere mehrere Aufgaben folgenden Typs gestellt werden, die in Kleingruppen am PC mit Hilfe des Softwarepaketes DERIVE gelöst werden sollen:

geg. sind die Eckpunkte eines Dreiecks

$A(4/-3/-3), B(2/4/4), C(-7/-1/1)$

ges. sind

- a) die Länge der Seiten und
- b) die Größe der Innenwinkel
- c) die Koordinaten des Höhenschnittpunktes und
- d) der Winkel, den der Vektor $v=[0,-3,2]$ mit der Normalen auf die Dreiecksebene einschließt.

Vorstellung AMMU (Schluß)

7) Programmierbare SHARP-Rechner im Unterricht ("Scharfe Programme")- Teil 2 (Erich Zott - BASIC-programmierbare Taschenrechner): Die 1. und 2.Ableitung wird durch numerisches Differenzieren gebildet; Anwendung bei der Newtonschen Nullstellensuche und bei der Krümmung. Erweiterung der BASIC-Programmsammlung für den 3.Jahrgang.

8) Black Boxes im Mathematikunterricht (Jochen Maaß/Wolfgang Schlögelmann - Didaktikbeitrag): Der Didaktikbeitrag kommt diesmal vom mathematischen Institut der Universität Linz und befaßt sich sehr ausführlich mit dem Thema der Black-Box im Mathematikunterricht. Sie finden darin auch einen konkreten Vorschlag zur Aufarbeitung dieses Themas im realen Unterricht. Die Autoren haben dazu ein Spiel gewählt, das den Schülern die Thematik näherbringen soll. □